

Volume de Prismas e Cilindros Retos

Curso completo de Matemática — 9º ano do Ensino Fundamental

Alinhado à habilidade EF09MA19 da BNCC

Sumário

1	Apresentação e objetivos de aprendizagem	1
2	Volume e unidade cúbica	1
3	Prismas retos	2
4	Áreas de bases usuais	3
5	Cilindros retos	4
6	Volume e capacidade	5
7	Sólidos compostos e vazados	6
8	Escalas tridimensionais	6
9	Vazão, preenchimento e modelagem	7
10	Exatidão, aproximação e validação	7
10.1	Algoritmo de resolução	7
11	Exercícios de consolidação	8
12	Aprofundamento e elaboração	9
13	Avaliação-síntese	10
14	Gabarito comentado	11
15	Síntese final	13

1 Apresentação e objetivos de aprendizagem

Calcular volume é responder quanto espaço tridimensional um corpo ocupa ou quanto cabe no interior de um recipiente. A fórmula não deve surgir como regra sem origem: prismas e cilindros podem ser compreendidos como camadas de mesma área empilhadas ao longo de uma altura.

Ao concluir o curso, espera-se que o estudante seja capaz de:

- interpretar volume por cubos unitários e por camadas;
- distinguir área da base, altura da base e altura do sólido;
- deduzir e aplicar $V = A_b h$ em prismas retos;
- deduzir e aplicar $V = \pi r^2 h$ em cilindros retos;
- converter unidades cúbicas e relacionar volume com capacidade;
- resolver problemas diretos e inversos envolvendo medidas desconhecidas;
- calcular volumes de sólidos compostos ou vazados;
- analisar escalas, preenchimento, vazão e resultados aproximados.

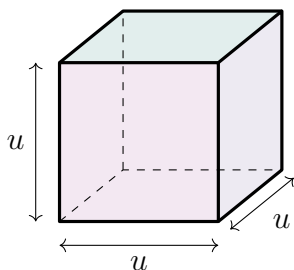
Correspondência com a BNCC

A habilidade **EF09MA19** propõe resolver e elaborar problemas que envolvam volumes de prismas e cilindros retos, inclusive por expressões de cálculo, em situações cotidianas. Por isso, o curso combina justificativas geométricas, problemas de capacidade, reservatórios, embalagens, tubulações, escalas e ferramentas digitais.

2 Volume e unidade cúbica

Definição 2.1: Volume

É a medida do espaço tridimensional ocupado por um sólido. Fixada uma unidade de comprimento u , a unidade de volume correspondente é o cubo de aresta u , indicada por u^3 .



$$V = u \cdot u \cdot u = u^3$$

Teorema 2.1: Volume de um bloco retangular

Um bloco retangular de comprimento a , largura b e altura h possui volume

$$V = abh.$$

Demonstração

Quando a , b e h são inteiros na unidade adotada, cada camada contém ab cubos unitários e existem h camadas; portanto, há abh cubos. Para medidas racionais, subdivide-se a unidade em cubos menores. A extensão às medidas reais é obtida por aproximações cada vez mais finas.

Unidade deve ser elevada ao cubo

Se as três dimensões estão em centímetros, o produto tem unidade $\text{cm} \cdot \text{cm} \cdot \text{cm} = \text{cm}^3$. Escrever apenas cm transforma uma medida de volume numa medida de comprimento e está incorreto.

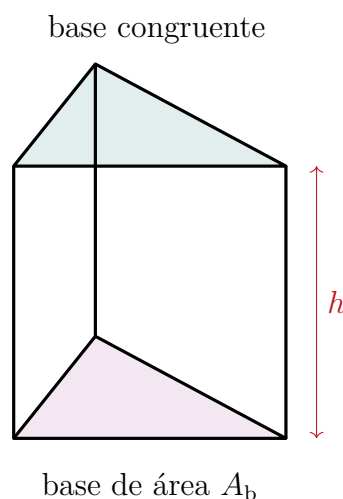
Área e volume não são intercambiáveis

Área mede uma região bidimensional em unidades quadradas; volume mede espaço tridimensional em unidades cúbicas. Uma base de 20 cm^2 não determina o volume sem a altura do sólido.

3 Prismas retos

Definição 3.1: Prisma

É um poliedro com duas faces paralelas e congruentes, chamadas bases, e faces laterais em forma de paralelogramos. Num **prisma reto**, as arestas laterais são perpendiculares às bases e medem a altura h do sólido.



Definição 3.2: Princípio de Cavalieri

Se dois sólidos têm a mesma altura e, em toda posição ao longo dessa altura, as seções paralelas às bases possuem áreas iguais, então os sólidos têm o mesmo volume.

Interpretação por camadas

Imagine folhas extremamente finas empilhadas. Se cada folha de dois sólidos tem a mesma área e as pilhas têm a mesma altura, a quantidade total de espaço acumulada é a mesma. Essa ideia sustenta o princípio de Cavalieri.

Teorema 3.1: Volume de um prisma reto

Se A_b é a área de uma base e h é a altura perpendicular entre as bases, então

$$V_{\text{prisma}} = A_b h.$$

Demonstração

Compare o prisma com um bloco retangular que tenha base de área A_b e a mesma altura h . Toda seção paralela à base, em qualquer nível, é congruente à base e possui área A_b nos dois sólidos. Pelo princípio de Cavalieri, seus volumes são iguais. O bloco tem volume $A_b h$; logo, o prisma também.

Exemplo

Um prisma triangular tem base triangular com base 6 cm e altura 4 cm. Se a altura do prisma é 10 cm,

$$A_b = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2, \quad V = 12 \cdot 10 = 120 \text{ cm}^3.$$

Duas alturas diferentes

Na expressão acima, 4 cm é a altura do *triângulo da base*; 10 cm é a altura do *prisma*. Confundi-las altera tanto a área da base quanto o volume.

4 Áreas de bases usuais

Antes de calcular um volume, determine corretamente a área da base.

Base	Dados	Área A_b
Retângulo	lados a e b	ab
Triângulo	base b e altura g	$bg/2$
Paralelogramo	base b e altura g	bg
Trapézio	bases B, b e altura g	$(B + b)g/2$
Polígono regular	perímetro P e apótema a_p	$Pa_p/2$
Círculo	raio r	πr^2

Exemplo

Uma base trapezoidal tem bases 5 m e 9 m e altura 4 m. Para um prisma de altura 7 m,

$$A_b = \frac{(5 + 9)4}{2} = 28 \text{ m}^2, \quad V = 28 \cdot 7 = 196 \text{ m}^3.$$

Teorema 4.1: Problemas inversos em prismas

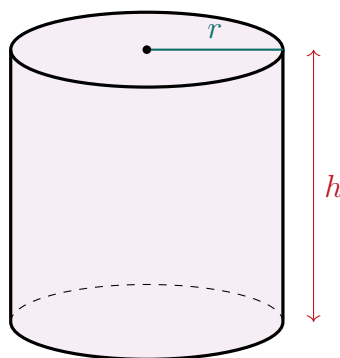
Se $V = A_b h$ e duas grandezas são conhecidas, a terceira é determinada por

$$A_b = \frac{V}{h} \quad (h \neq 0), \quad h = \frac{V}{A_b} \quad (A_b \neq 0).$$

5 Cilindros retos

Definição 5.1: Cilindro circular reto

É o sólido limitado por duas bases circulares paralelas e congruentes e por uma superfície lateral. O segmento perpendicular entre os planos das bases é a altura h ; o raio de cada base é r .



base de área πr^2

Teorema 5.1: Volume do cilindro circular reto

Um cilindro reto de raio r e altura h possui volume

$$V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 h.$$

Demonstração

Considere um prisma reto cuja base tenha a mesma área πr^2 da base do cilindro e a mesma altura h . Toda seção paralela às bases tem área πr^2 em ambos. Pelo princípio de Cavalieri, os volumes são iguais; como o prisma tem volume $A_b h$, o cilindro tem volume $\pi r^2 h$.

Raio não é diâmetro

Se o diâmetro é d , então $r = d/2$. Usar o diâmetro no lugar do raio multiplica r^2 por 4 e produz um volume quatro vezes maior que o correto.

Exemplo

Para $r = 3$ cm e $h = 10$ cm,

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 90\pi \text{ cm}^3 \approx 282,74 \text{ cm}^3.$$

90π é a forma exata; o decimal depende da aproximação adotada para π .

Teorema 5.2: Problemas inversos em cilindros

Para $r > 0$ e $h > 0$,

$$h = \frac{V}{\pi r^2}, \quad r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}.$$

Somente a raiz positiva é aceita, pois raio é comprimento.

6 Volume e capacidade

Definição 6.1: Capacidade

É o volume interno disponível num recipiente. Quando a espessura das paredes é desprezada, capacidade e volume interno são numericamente relacionados pelas mesmas unidades.

Teorema 6.1: Relações entre litro e unidade cúbica

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3, \quad 1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3, \quad 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}.$$

Demonstração

Como $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$, então $1 \text{ dm}^3 = 10^3 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$. Por definição, $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$ e $1 \text{ mL} = 10^{-3} \text{ L} = 1 \text{ cm}^3$. Além disso, $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$ implica $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ L}$.

Exemplo

Um aquário interno de $80 \text{ cm} \times 35 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$ tem

$$V = 80 \cdot 35 \cdot 40 = 112\,000 \text{ cm}^3 = 112 \text{ L}.$$

Se for preenchido até 75%, conterá $0,75 \cdot 112 = 84 \text{ L}$.

Dimensões internas e externas

Para calcular a capacidade real, use dimensões internas. As externas incluem as paredes. Se o enunciado não distinguir as medidas e a espessura for pequena, declare que ela foi desprezada.

7 Sólidos compostos e vazados

Teorema 7.1: Adição e subtração de volumes

Se regiões sólidas não se sobrepõem internamente, o volume da união é a soma de seus volumes. Uma cavidade inteiramente contida num sólido é calculada por

$$V_{\text{restante}} = V_{\text{externo}} - V_{\text{cavidade}}.$$

Demonstração

Cubos unitários que ocupam regiões disjuntas podem ser contados separadamente e depois reunidos; nenhum cubo é contado duas vezes. Numa cavidade, retiram-se exatamente os cubos correspondentes à região vazia. O argumento por subdivisões e limites estende a ideia a superfícies curvas.

Exemplo

Um prisma de base quadrada $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ e altura 12 cm é atravessado por um furo cilíndrico de raio 2 cm :

$$V = 10 \cdot 10 \cdot 12 - \pi \cdot 2^2 \cdot 12 = 1200 - 48\pi\text{ cm}^3.$$

Evite dupla contagem

Se dois blocos se sobrepõem, somar os volumes conta a interseção duas vezes. Nesse caso, use $V(A \cup B) = V(A) + V(B) - V(A \cap B)$ ou decomponha o sólido em peças sem sobreposição.

8 Escalas tridimensionais

Teorema 8.1: Lei cúbica da escala

Se todas as dimensões lineares de um sólido são multiplicadas por um fator $k > 0$, então sua área é multiplicada por k^2 e seu volume por k^3 .

Demonstração

No prisma, A_b é produto de duas dimensões lineares e, portanto, torna-se $k^2 A_b$; a altura torna-se kh . Assim, $V' = k^2 A_b \cdot kh = k^3 V$. No cilindro, $r' = kr$ e $h' = kh$, então $V' = \pi(kr)^2(kh) = k^3 \pi r^2 h$.

Exemplo

Uma maquete na escala 1 : 20 tem dimensões lineares vinte vezes menores. Seu volume é $20^3 = 8000$ vezes menor que o volume do objeto real. Logo, 1 cm^3 na maquete corresponde a $8000 \text{ cm}^3 = 8 \text{ L}$ no objeto.

9 Vazão, preenchimento e modelagem

Definição 9.1: Vazão volumétrica média

É o volume transferido por unidade de tempo:

$$q = \frac{\Delta V}{\Delta t}.$$

Se a vazão é constante e o recipiente começa vazio, $V = qt$ e $t = V/q$.

Exemplo

Um recipiente de volume $6000\pi \text{ cm}^3 = 6\pi \text{ L}$ é preenchido a 12 L/min . No modelo ideal,

$$t = \frac{6\pi}{12} = \frac{\pi}{2} \text{ min} \approx 1,57 \text{ min}.$$

Hipóteses do modelo

Resultados reais podem depender de paredes espessas, espaço de segurança, objetos submersos, evaporação, vazão variável ou impossibilidade de preencher até a borda. Declare quais efeitos são desprezados.

10 Exatidão, aproximação e validação

Definição 10.1: Forma exata e aproximação

Expressões como $90\pi \text{ cm}^3$ mantêm π sem arredondamento e são exatas no modelo. Ao substituir π por 3,14 ou usar calculadora, obtém-se uma aproximação indicada por $\approx$.

Cheque dimensional

Em $V = A_b h$, a unidade deve ser $u^2 \cdot u = u^3$. Em $V = \pi r^2 h$, π não tem unidade e resta novamente u^3 . Um resultado em u^2 denuncia ausência de uma dimensão.

10.1 Algoritmo de resolução

1. Identifique o sólido e desenhe um esquema.
2. Converta todas as dimensões para uma única unidade linear.

3. Calcule a área da base; no cilindro, determine o raio.
4. Aplique $V = A_b h$ e componha ou subtraia partes, se necessário.
5. Converta para unidade cúbica ou capacidade pedida.
6. Verifique unidade, ordem de grandeza, limites físicos e arredondamento.

Atividade investigativa

Numa planilha, crie colunas para tipo de sólido, dimensões, área da base, altura, volume exato, volume aproximado e capacidade em litros. Teste pelo menos um prisma, um cilindro e um sólido vazado. Altere uma dimensão por vez e verifique empiricamente os fatores de escala linear, quadrática e cúbica.

11 Exercícios de consolidação

1. Defina volume.
2. O que representa uma unidade cúbica?
3. Diferencie área e volume quanto à dimensão e à unidade.
4. Num prisma reto, o que são A_b e h ?
5. Escreva a fórmula do volume de um prisma reto.
6. Explique a fórmula do prisma pela ideia de camadas.
7. Calcule o volume de um bloco $8\text{ cm} \times 5\text{ cm} \times 3\text{ cm}$.
8. Calcule o volume de um cubo de aresta 4 m.
9. Um prisma triangular tem base triangular de base 6 cm e altura 4 cm; a altura do prisma é 10 cm. Calcule o volume.
10. Uma base trapezoidal tem bases 5 m e 9 m, altura 4 m e o prisma tem altura 7 m. Calcule o volume.
11. Um prisma possui base de área 24 cm^2 e altura 9 cm. Determine V .
12. Um prisma de volume 360 cm^3 tem altura 12 cm. Determine A_b .
13. Um prisma de volume 525 m^3 tem base de área 35 m^2 . Determine h .
14. Escreva a fórmula do volume de um cilindro circular reto.
15. Calcule o volume exato de um cilindro com $r = 3\text{ cm}$ e $h = 10\text{ cm}$.
16. Um cilindro tem diâmetro 8 cm e altura 5 cm. Determine o volume exato.
17. Aproxime o volume do item anterior usando $\pi \approx 3,14$.
18. Um cilindro tem volume $144\pi\text{ cm}^3$ e raio 4 cm. Determine a altura.

19. Um cilindro tem volume $196\pi \text{ cm}^3$ e altura 4 cm. Determine o raio.
20. Se apenas o raio de um cilindro dobra, por qual fator o volume muda?
21. Se apenas a altura triplica, por qual fator o volume muda?
22. Compare um prisma e um cilindro com a mesma área de base e a mesma altura.
23. Quantos centímetros cúbicos há em 1 L?
24. Converta 2,5 L em cm^3 .
25. Converta 750 mL em cm^3 .
26. Converta $0,8 \text{ m}^3$ em litros.
27. Converta 3500 cm^3 em litros.
28. Converta $250\,000 \text{ mm}^3$ em cm^3 .
29. Um tanque retangular interno mede $1,2 \text{ m} \times 0,8 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}$. Determine a capacidade em litros.
30. Um aquário mede internamente $80 \text{ cm} \times 35 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$. Determine a capacidade.
31. Quantos litros há no aquário anterior quando preenchido a 75%?
32. Uma garrafa cilíndrica ideal tem raio interno 3 cm e altura útil 20 cm. Determine a capacidade aproximada em mililitros.
33. Um sólido é formado, sem sobreposição, por blocos de volumes $6 \cdot 4 \cdot 2$ e $3 \cdot 2 \cdot 5$ em centímetros cúbicos. Determine o total.
34. Um prisma quadrado $10 \times 10 \times 12 \text{ cm}$ tem furo cilíndrico de raio 2 cm atravessando a altura. Determine o volume restante.
35. Determine o volume de meio cilindro de raio 4 cm e comprimento 10 cm.
36. Se todas as dimensões de um sólido dobram, por qual fator muda o volume?
37. Numa maquete 1 : 20, qual é a razão entre volume real e volume da maquete?
38. Um cubo tem volume 125 cm^3 . Determine a aresta.
39. Um cilindro tem raio 5 cm e volume $200\pi \text{ cm}^3$. Determine a altura.
40. Explique por que volume deve ser expresso em unidade cúbica.

12 Aprofundamento e elaboração

41. Demonstre $V = A_b h$ para prismas retos usando o princípio de Cavalieri.
42. Demonstre $V = \pi r^2 h$ sem afirmar que o cilindro é literalmente um prisma.
43. Um prisma reto tem base hexagonal regular de lado 4 cm e altura 10 cm. Use $A_b = \frac{3\sqrt{3}}{2}s^2$ e determine o volume exato.

44. Um reservatório cilíndrico tem diâmetro 20 cm e altura 30 cm. Determine a capacidade em litros.
45. Um tanque cilíndrico de raio 1,5 m e altura 4 m está a 60% da capacidade. Determine o volume de líquido em metros cúbicos e litros.
46. Um tubo tem raio externo 5 cm, raio interno 4 cm e comprimento 100 cm. Determine o volume do material.
47. Oito latas cilíndricas de raio 3 cm e altura 12 cm possuem qual volume interno total?
48. Um reservatório retangular de base $2,5\text{ m} \times 1,2\text{ m}$ deve conter 3000 L. Determine a altura útil.
49. Uma chuva de 25 mm cai uniformemente sobre um telhado horizontal de 80 m^2 . Estime o volume de água em litros.
50. Quanto tempo uma vazão constante de 12 L/min leva para preencher $6000\pi\text{ cm}^3$?
51. Um estudante usa o diâmetro como raio em $V = \pi r^2 h$. Compare o resultado errado com o correto.
52. Escreva um algoritmo para calcular o volume de um sólido composto por prismas e cilindros, com possíveis cavidades.

13 Avaliação-síntese

53. Um prisma tem base de área 48 cm^2 e altura 7 cm. Calcule o volume.
54. Um prisma triangular possui base triangular de base 9 cm e altura 6 cm; sua altura é 15 cm. Determine o volume.
55. Um cilindro tem diâmetro 12 cm e altura 8 cm. Dê o volume exato e aproximado.
56. Um cilindro de volume $500\pi\text{ cm}^3$ tem altura 20 cm. Determine o raio.
57. Converta $1,35\text{ m}^3$ em litros.
58. Um tanque de $2\text{ m} \times 1,5\text{ m} \times 1,2\text{ m}$ está a 85%. Quantos litros contém?
59. Um bloco $10 \times 8 \times 6\text{ cm}$ tem um furo cilíndrico de raio 2 cm atravessando a dimensão de 6 cm. Determine o volume restante.
60. Duas figuras espaciais semelhantes têm razão linear 3. Determine a razão entre seus volumes e justifique.
61. Explique como o princípio de Cavalieri fundamenta as fórmulas de prismas e cilindros retos.
62. Elabore um procedimento digital para calcular e validar volumes, conversões de capacidade e percentuais de preenchimento.

14 Gabarito comentado

1. Medida do espaço tridimensional ocupado por um sólido.
2. Um cubo cuja aresta mede uma unidade linear; seu volume é $1 u^3$.
3. Área é bidimensional e usa u^2 ; volume é tridimensional e usa u^3 .
4. A_b é a área de uma base; h é a distância perpendicular entre as bases.
5. $V = A_b h$.
6. Cada camada paralela à base tem área A_b ; acumular essas camadas por uma altura h produz $A_b h$.
7. $V = 8 \cdot 5 \cdot 3 = 120 \text{ cm}^3$.
8. $V = 4^3 = 64 \text{ m}^3$.
9. $A_b = 6 \cdot 4/2 = 12 \text{ cm}^2$; $V = 12 \cdot 10 = 120 \text{ cm}^3$.
10. $A_b = (5 + 9)4/2 = 28 \text{ m}^2$; $V = 28 \cdot 7 = 196 \text{ m}^3$.
11. $V = 24 \cdot 9 = 216 \text{ cm}^3$.
12. $A_b = 360/12 = 30 \text{ cm}^2$.
13. $h = 525/35 = 15 \text{ m}$.
14. $V = \pi r^2 h$.
15. $V = \pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 90\pi \text{ cm}^3$.
16. $r = 4 \text{ cm}$; $V = \pi \cdot 4^2 \cdot 5 = 80\pi \text{ cm}^3$.
17. $80 \cdot 3,14 = 251,2 \text{ cm}^3$.
18. $144\pi = \pi \cdot 4^2 h$, então $h = 9 \text{ cm}$.
19. $196\pi = \pi r^2 \cdot 4$, então $r^2 = 49$ e $r = 7 \text{ cm}$.
20. O volume é multiplicado por $2^2 = 4$.
21. O volume é multiplicado por 3.
22. Possuem volumes iguais, pois ambos valem $A_b h$; também satisfazem Cavalieri.
23. $1 \text{ L} = 1000 \text{ cm}^3$.
24. $2,5 \text{ L} = 2500 \text{ cm}^3$.
25. $750 \text{ mL} = 750 \text{ cm}^3$.
26. $0,8 \text{ m}^3 = 800 \text{ L}$.
27. $3500 \text{ cm}^3 = 3,5 \text{ L}$.
28. $1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$; portanto, $250\,000/1000 = 250 \text{ cm}^3$.

29. $V = 1,2 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = 0,48 \text{ m}^3 = 480 \text{ L}$.
30. $V = 80 \cdot 35 \cdot 40 = 112\,000 \text{ cm}^3 = 112 \text{ L}$.
31. $0,75 \cdot 112 = 84 \text{ L}$.
32. $V = \pi \cdot 3^2 \cdot 20 = 180\pi \text{ cm}^3 \approx 565,49 \text{ mL}$.
33. $6 \cdot 4 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 5 = 48 + 30 = 78 \text{ cm}^3$.
34. $V = 1200 - 48\pi \text{ cm}^3 \approx 1049,20 \text{ cm}^3$.
35. Metade de $\pi \cdot 4^2 \cdot 10$: $V = 80\pi \text{ cm}^3$.
36. O volume é multiplicado por $2^3 = 8$.
37. A razão é $20^3 = 8000 : 1$ entre volume real e volume da maquete.
38. $a = \sqrt[3]{125} = 5 \text{ cm}$.
39. $200\pi = \pi \cdot 5^2 h$, então $h = 8 \text{ cm}$.
40. Porque resulta do produto de três dimensões lineares: $u \cdot u \cdot u = u^3$.
41. Compare com um bloco de base de mesma área A_b e altura h . Em cada nível, as seções paralelas têm área A_b ; por Cavalieri, os volumes coincidem, e o bloco possui $A_b h$.
42. Compare o cilindro com um prisma cuja base tenha área πr^2 e mesma altura. As seções paralelas têm áreas iguais em todos os níveis; Cavalieri fornece $V = \pi r^2 h$.
43. $A_b = (3\sqrt{3}/2)4^2 = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$; $V = 240\sqrt{3} \text{ cm}^3$.
44. $r = 10 \text{ cm}$; $V = \pi \cdot 10^2 \cdot 30 = 3000\pi \text{ cm}^3 = 3\pi \text{ L} \approx 9,42 \text{ L}$.
45. Capacidade total $= \pi(1,5)^2 \cdot 4 = 9\pi \text{ m}^3$. A 60%: $5,4\pi \text{ m}^3 \approx 16,96 \text{ m}^3 \approx 16\,965 \text{ L}$.
46. $V = \pi(5^2 - 4^2)100 = 900\pi \text{ cm}^3$.
47. Cada lata tem $\pi \cdot 3^2 \cdot 12 = 108\pi \text{ cm}^3$; total $864\pi \text{ cm}^3 \approx 2714,34 \text{ cm}^3$.
48. $3000 \text{ L} = 3 \text{ m}^3$ e a base mede 3 m^2 ; $h = 3/3 = 1 \text{ m}$.
49. $25 \text{ mm} = 0,025 \text{ m}$; $V = 80 \cdot 0,025 = 2 \text{ m}^3 = 2000 \text{ L}$.
50. $6000\pi \text{ cm}^3 = 6\pi \text{ L}$; $t = 6\pi/12 = \pi/2 \text{ min} \approx 1,57 \text{ min}$.
51. O diâmetro é $2r$; ao usá-lo como raio, obtém-se $\pi(2r)^2 h = 4\pi r^2 h$, quatro vezes o volume correto.
52. Identificar peças e cavidades; unificar unidades; calcular cada A_b e altura; somar peças sem sobreposição; subtrair cavidades; converter a capacidade; validar unidade e limites físicos.
53. $V = 48 \cdot 7 = 336 \text{ cm}^3$.
54. $A_b = 9 \cdot 6/2 = 27 \text{ cm}^2$; $V = 27 \cdot 15 = 405 \text{ cm}^3$.
55. $r = 6 \text{ cm}$; $V = \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 288\pi \text{ cm}^3 \approx 904,78 \text{ cm}^3$.
56. $500\pi = \pi r^2 \cdot 20$, logo $r^2 = 25$ e $r = 5 \text{ cm}$.

57. $1,35 \text{ m}^3 = 1350 \text{ L}$.
58. Capacidade total $= 2 \cdot 1,5 \cdot 1,2 = 3,6 \text{ m}^3$; a 85%, $3,06 \text{ m}^3 = 3060 \text{ L}$.
59. $V = 10 \cdot 8 \cdot 6 - \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 480 - 24\pi \text{ cm}^3 \approx 404,60 \text{ cm}^3$.
60. A razão dos volumes é $3^3 = 27$, pois o volume reúne três dimensões lineares.
61. Em ambos, compare com um sólido de base de mesma área e mesma altura. As seções paralelas às bases têm áreas iguais em todos os níveis; Cavalieri garante volumes iguais e fornece $V = A_b h$.
62. Criar entradas de tipo, dimensões, unidade e percentual; calcular área da base e volume; somar ou subtrair partes; converter m^3 , cm^3 e litros; aplicar percentual; testar casos conhecidos e verificar unidades e limites.

15 Síntese final

Síntese

Prismas e cilindros retos são formados, no sentido de Cavalieri, por seções paralelas de área constante. Por isso,

$$V_{\text{prisma}} = A_b h, \quad V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 h.$$

Use altura perpendicular, raio igual à metade do diâmetro e unidades lineares compatíveis antes de calcular. Depois, converta $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$ e $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$ quando necessário. Sólidos compostos exigem adição sem sobreposição; cavidades exigem subtração; escalas lineares por k alteram volumes por k^3 .