

Retas Paralelas Cortadas por uma Transversal

Curso completo de Matemática — 9º ano do Ensino Fundamental

Alinhado à habilidade EF09MA10 da BNCC

Sumário

1	Apresentação e objetivos de aprendizagem	1
2	Elementos fundamentais	1
3	Ângulos em duas retas concorrentes	2
4	Paralelas e transversal	2
5	Classificação dos pares de ângulos	3
6	Postulado dos ângulos correspondentes	4
7	Teoremas dos ângulos alternos	4
8	Teoremas dos ângulos colaterais	5
9	CrITÉRIOS recÍprocOS de paralelismo	5
10	Redução dos oito ângulos a duas medidas	6
11	Problemas algébricos com ângulos	6
12	Aplicações geométricas	7
12.1	Ruas, trilhos e faixas	7
12.2	Construção e arquitetura	7
12.3	Perpendicularidade comum	7
13	Construções, tecnologia e investigação	8
14	Erros frequentes e estratégia	8
15	Exercícios de consolidação	9
15.1	Bloco A — Classificação e conceitos	9
15.2	Bloco B — Cálculo direto	9

15.3 Bloco C — Álgebra e aplicações	10
15.4 Bloco D — Argumentação e demonstração	10
16 Questões de aprofundamento	10
17 Avaliação-síntese	11
18 Gabarito comentado	12
18.1 Bloco A	12
18.2 Bloco B	12
18.3 Bloco C	13
18.4 Bloco D	14
18.5 Questões de aprofundamento	14
18.6 Avaliação-síntese	14
19 Resumo final	15

1 Apresentação e objetivos de aprendizagem

Quando uma reta atravessa duas retas paralelas, formam-se oito ângulos ligados por relações de congruência e suplementaridade. Essas relações aparecem em plantas, ruas, trilhos, estruturas, projetos e demonstrações geométricas. O objetivo deste curso é compreender os resultados e justificar por que são verdadeiros, não apenas memorizar nomes.

Ao concluir o curso, espera-se que o estudante seja capaz de:

- reconhecer retas paralelas, concorrentes, perpendiculares e transversais;
- classificar ângulos interiores, exteriores, correspondentes, alternos e colaterais;
- aplicar ângulos opostos pelo vértice e pares lineares;
- demonstrar relações entre ângulos formados por paralelas e transversal;
- utilizar as recíprocas para provar que duas retas são paralelas;
- determinar todos os oito ângulos a partir de uma única medida;
- resolver equações algébricas envolvendo medidas angulares;
- interpretar desenhos sem depender da aparência ou da escala;
- usar régua, transferidor e software de geometria dinâmica;
- elaborar e validar problemas geométricos.

Correspondência com a BNCC

Este curso desenvolve a habilidade **EF09MA10**: demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. A demonstração e a argumentação lógica são partes centrais.

2 Elementos fundamentais

Definição 2.1: Reta e semirreta

Uma reta é um objeto geométrico unidimensional, sem espessura e ilimitado nos dois sentidos. Uma semirreta possui uma origem e é ilimitada em um sentido.

Definição 2.2: Ângulo

Um ângulo é a região determinada por duas semirretas de mesma origem. Essa origem é o vértice; as semirretas são os lados. Sua medida é indicada em graus.

Definição 2.3: Ângulos congruentes e suplementares

Dois ângulos são *congruentes* quando possuem a mesma medida. São *suplementares* quando a soma de suas medidas é 180° .

Definição 2.4: Retas concorrentes e perpendiculares

Duas retas coplanares são concorrentes quando possuem um ponto em comum. Se os quatro ângulos formados medem 90° , as retas são perpendiculares.

3 Ângulos em duas retas concorrentes

Definição 3.1: Ângulos adjacentes

Dois ângulos são adjacentes quando possuem o mesmo vértice, um lado comum e interiores sem pontos comuns.

Definição 3.2: Par linear

Um par linear é formado por dois ângulos adjacentes cujos lados não comuns são semirretas opostas. As medidas somam 180° .

Definição 3.3: Ângulos opostos pelo vértice

Quando duas retas se intersectam, ângulos cujos lados são pares de semirretas opostas são chamados opostos pelo vértice.

Teorema 3.1: Ângulos opostos pelo vértice

Ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

Demonstração

Se α e β são opostos pelo vértice e γ é adjacente a ambos, então

$$\alpha + \gamma = 180^\circ \quad \text{e} \quad \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Subtraindo γ das igualdades, obtemos $\alpha = \beta$.

4 Paralelas e transversal

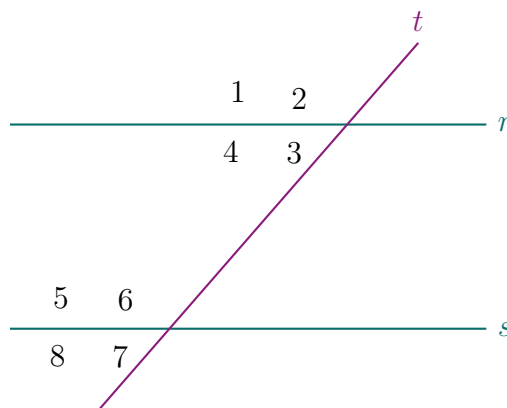
Definição 4.1: Retas paralelas

Duas retas coplanares distintas são paralelas quando não possuem ponto comum. Escrevemos $r \parallel s$.

Definição 4.2: Reta transversal

Uma reta é transversal a duas ou mais retas quando as intersecta em pontos distintos.

Na figura seguinte, $r \parallel s$ e t é transversal. A numeração será usada em todo o curso.



Regiões interior e exterior

Os ângulos 3, 4, 5, 6 ficam entre as retas e são interiores. Os ângulos 1, 2, 7, 8 ficam fora da faixa e são exteriores.

5 Classificação dos pares de ângulos

Definição 5.1: Ângulos correspondentes

Ocupam a mesma posição relativa nas duas interseções:

$$(1, 5), (2, 6), (3, 7), (4, 8).$$

Definição 5.2: Ângulos alternos internos

São interiores e ficam em lados opostos da transversal:

$$(3, 5), (4, 6).$$

Definição 5.3: Ângulos alternos externos

São exteriores e ficam em lados opostos da transversal:

$$(1, 7), (2, 8).$$

Definição 5.4: Ângulos colaterais internos

São interiores e ficam do mesmo lado da transversal:

$$(3, 6), (4, 5).$$

Definição 5.5: Ângulos colaterais externos

São exteriores e ficam do mesmo lado da transversal:

$$(1, 8), (2, 7).$$

Nome não determina a relação sozinho

Os nomes descrevem posição. A congruência ou suplementaridade adicional depende do paralelismo das retas r e s .

6 Postulado dos ângulos correspondentes

Axioma 6.1: Postulado dos correspondentes

Se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, então os ângulos correspondentes são congruentes.

Na convenção adotada,

$$1 = 5, \quad 2 = 6, \quad 3 = 7, \quad 4 = 8,$$

em que cada número representa a medida do ângulo indicado.

Por que um postulado?

Na geometria euclidiana, alguma propriedade equivalente ao postulado das paralelas precisa ser assumida. A partir dela e de resultados anteriores, demonstramos as demais relações.

7 Teoremas dos ângulos alternos

Teorema 7.1: Alternos internos

Se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, os ângulos alternos internos são congruentes:

$$3 = 5, \quad 4 = 6.$$

Demonstração

Pelos correspondentes, $3 = 7$. Na interseção inferior, $5 = 7$ por serem opostos pelo vértice. Pela transitividade, $3 = 5$. A outra igualdade é análoga: $4 = 8$ por correspondência e $8 = 6$ por oposição pelo vértice.

Teorema 7.2: Alternos externos

Nas mesmas condições, os alternos externos são congruentes:

$$1 = 7, \quad 2 = 8.$$

Demonstração

Como $1 = 5$ por correspondência e $5 = 7$ por oposição pelo vértice, temos $1 = 7$. Analogamente, $2 = 6$ e $6 = 8$, logo $2 = 8$.

8 Teoremas dos ângulos colaterais

Teorema 8.1: Colaterais internos

Se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, os ângulos colaterais internos são suplementares:

$$3 + 6 = 180^\circ, \text{ e } 4 + 5 = 180^\circ.$$

Demonstração

Os ângulos 3 e 4 formam um par linear, então $3 + 4 = 180^\circ$. Como $4 = 6$ por serem alternos internos, substituímos e obtemos $3 + 6 = 180^\circ$. A segunda relação é análoga.

Teorema 8.2: Colaterais externos

Nas mesmas condições,

$$1 + 8 = 180^\circ, \text{ e } 2 + 7 = 180^\circ.$$

Demonstração

Como $1 + 2 = 180^\circ$ por par linear e $2 = 8$ por alternância externa, segue $1 + 8 = 180^\circ$. A outra relação é demonstrada do mesmo modo.

9 Critérios recíprocos de paralelismo

Os teoremas anteriores partem da hipótese $r \parallel s$. As recíprocas fazem o caminho inverso e permitem provar o paralelismo.

Teorema 9.1: Recíproca dos correspondentes

Se duas retas cortadas por uma transversal formam um par de ângulos correspondentes congruentes, então as retas são paralelas.

Teorema 9.2: Recíprocas dos alternos

Se um par de alternos internos ou de alternos externos é congruente, então as duas retas são paralelas.

Demonstração

Suponha, por exemplo, $3 = 5$. Como $5 = 7$ por oposição pelo vértice, temos $3 = 7$. Esses ângulos são correspondentes; pela recíproca dos correspondentes, as retas são paralelas. Os outros casos reduzem-se ao mesmo critério.

Teorema 9.3: Recíproca dos colaterais internos

Se um par de colaterais internos é suplementar, então as retas são paralelas.

Demonstração

Suponha $3 + 6 = 180^\circ$. Como $3 + 4 = 180^\circ$ por par linear, obtemos $6 = 4$. Os ângulos 4 e 6 são alternos internos congruentes; logo, as retas são paralelas.

10 Redução dos oito ângulos a duas medidas

Teorema 10.1: Duas classes de medidas

Se duas paralelas são cortadas por uma transversal, os oito ângulos formam duas classes:

$$1 = 3 = 5 = 7 \quad \text{e} \quad 2 = 4 = 6 = 8.$$

Uma medida de cada classe é suplementar à outra.

Demonstração

Em cada interseção, ângulos opostos pelo vértice são congruentes. Entre as interseções, correspondentes são congruentes. Um ângulo de uma classe e um da outra formam um par linear, somando 180° .

Exemplo

Se o ângulo 2 mede 58° , então

$$2 = 4 = 6 = 8 = 58^\circ$$

e

$$1 = 3 = 5 = 7 = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ.$$

Teorema 10.2: Caso perpendicular

Se uma transversal é perpendicular a uma de duas retas paralelas, também é perpendicular à outra, e os oito ângulos medem 90° .

11 Problemas algébricos com ângulos

Igualdade entre alternos internos

Se $3 = 3x + 10$ e $5 = 5x - 30$, então, por serem alternos internos,

$$3x + 10 = 5x - 30.$$

Logo, $x = 20$ e ambos medem 70° .

Suplementaridade entre colaterais

Se $4 = 3x + 15$ e $5 = 2x + 15$, então

$$(3x + 15) + (2x + 15) = 180.$$

Assim, $x = 30$, e as medidas são 105° e 75° .

Procedimento

1. Classifique o par de ângulos.
2. Decida se as medidas são iguais ou somam 180° .
3. Monte e resolva a equação.
4. Calcule as medidas pedidas.
5. Verifique positividade, soma e coerência geométrica.

12 Aplicações geométricas

12.1 Ruas, trilhos e faixas

Ruas paralelas cortadas por uma avenida transversal produzem os mesmos pares de ângulos. A direção de uma faixa pode ser transferida de uma interseção para outra por correspondência.

12.2 Construção e arquitetura

Vigas paralelas cortadas por uma barra diagonal permitem conferir inclinações. Se os ângulos alternos internos medidos forem congruentes, há um critério para validar o paralelismo das vigas.

12.3 Perpendicularidade comum

Teorema 12.1: Perpendiculares à mesma reta

Em um plano, duas retas distintas perpendiculares a uma mesma reta são paralelas.

Demonstração

A reta comum funciona como transversal. Os ângulos correspondentes formados medem 90° e são congruentes. Pela recíproca dos correspondentes, as duas retas são paralelas.

13 Construções, tecnologia e investigação

Construção com régua e transferidor

Desenhe uma reta r e uma transversal t . Em outro ponto de t , reproduza com o transferidor um ângulo correspondente ao primeiro. Trace a reta s pelo novo ponto. Pela recíproca dos correspondentes, $r \parallel s$.

Geometria dinâmica

Construa duas retas paralelas e uma transversal. Meça os oito ângulos e mova a transversal. Registre o que varia e o que permanece. Depois retire a condição de paralelismo e observe quais relações continuam verdadeiras.

Medir não é demonstrar

Uma medida experimental é aproximada e sustenta uma conjectura. Uma demonstração usa definições, postulados e teoremas para garantir o resultado em todos os casos compatíveis com as hipóteses.

14 Erros frequentes e estratégia

Erros frequentes

- Concluir congruência de correspondentes sem saber que as retas são paralelas.
- Confundir alternos com colaterais.
- Usar a aparência do desenho como prova.
- Somar 90° quando o correto é 180° .
- Igualar ângulos colaterais que deveriam ser suplementares.
- Ignorar sinais ou unidades em uma equação.
- Usar uma recíproca sem identificar corretamente o par de ângulos.

Estratégia segura

1. Marque as duas interseções e a região interior.
2. Determine se os ângulos estão no mesmo lado ou em lados opostos.
3. Classifique o par com precisão.
4. Verifique se o paralelismo é hipótese ou conclusão desejada.
5. Use congruência, suplementaridade, par linear ou oposição pelo vértice.
6. Resolva e confira a equação.
7. Cite o teorema que justifica cada passagem.

15 Exercícios de consolidação

Nos exercícios que usam números de 1 a 8, considere a figura-padrão do curso.

15.1 Bloco A — Classificação e conceitos

- A1. Classifique o par $(1, 5)$.
- A2. Classifique o par $(3, 5)$.
- A3. Classifique o par $(2, 8)$.
- A4. Classifique o par $(4, 5)$.
- A5. Classifique o par $(1, 3)$.
- A6. Que relação existe entre os ângulos 2 e 3?
- A7. Liste os quatro ângulos interiores.
- A8. Liste os quatro ângulos exteriores.
- A9. Se r e s não forem paralelas, quais relações locais continuam sempre válidas?
- A10. Julgue: se correspondentes são congruentes, então as retas são paralelas.
- A11. Defina reta transversal.
- A12. Diferencie ângulos congruentes de ângulos suplementares.

15.2 Bloco B — Cálculo direto

Considere $r \parallel s$.

- B1. Se $2 = 58^\circ$, determine os oito ângulos.
- B2. Se $1 = 127^\circ$, determine os oito ângulos.
- B3. Se $3 = 3x + 10$ e $5 = 5x - 30$, determine x e as medidas.
- B4. Se $4 = 3x + 15$ e $5 = 2x + 15$, determine x e as medidas.
- B5. Se $1 = 4x + 7$ e $5 = 6x - 23$, determine x .
- B6. Se $2 = 7x - 5$ e $8 = 5x + 19$, determine x e o ângulo.
- B7. Se $1 = 2x + 20$ e $8 = 4x + 10$, determine x e as medidas.
- B8. Dois ângulos adjacentes estão na razão $2 : 1$. Determine-os.
- B9. A diferença entre um ângulo obtuso e seu suplemento agudo é 40° . Determine ambos.
- B10. Se um dos oito ângulos mede 90° , determine os demais.
- B11. Explique por que uma única medida determina as outras sete.
- B12. É possível que as duas classes de medidas sejam 35° e 145° ? Justifique.

15.3 Bloco C — Álgebra e aplicações

- C1. Correspondentes medem $4x - 6$ e $2x + 30$. Determine x e a medida.
- C2. Alternos internos medem $5y + 5$ e $3y + 45$. Determine y .
- C3. Colaterais internos medem $3x + 20$ e $5x$. Determine as medidas.
- C4. Opostos pelo vértice medem $x + 20$ e $2x + 10$. Determine x .
- C5. Colaterais externos medem $4x + 12$ e $2x + 18$. Determine as medidas.
- C6. Duas ruas paralelas são cortadas por uma avenida. Um ângulo agudo mede 64° . Determine o obtuso.
- C7. Uma barra cruza duas vigas paralelas e forma um ângulo de 112° . Determine o ângulo agudo associado.
- C8. Correspondentes em duas retas medem ambos 72° . O que se conclui?
- C9. Alternos internos medem $3x + 15$ e $5x - 25$. Determine x e conclua sobre as retas.
- C10. Colaterais internos medem 110° e 70° . O que se conclui?
- C11. Uma transversal é perpendicular a uma de duas paralelas. Demonstre que é perpendicular à outra.
- C12. Elabore um problema algébrico com alternos externos e resolva-o.

15.4 Bloco D — Argumentação e demonstração

- D1. Corrija: “ângulos correspondentes são sempre congruentes”.
- D2. Explique a diferença lógica entre um teorema direto e sua recíproca.
- D3. Demonstre o teorema dos alternos internos usando correspondentes e opostos pelo vértice.
- D4. Demonstre que colaterais internos são suplementares.
- D5. Se correspondentes medem $4x + 10$ e $2x + 50$, determine x e justifique o paralelismo.
- D6. Explique por que um desenho aparentemente paralelo não constitui prova.
- D7. Descreva uma construção de uma paralela usando ângulos correspondentes.
- D8. Escreva um algoritmo para determinar os oito ângulos a partir de um deles.

16 Questões de aprofundamento

- P1. Demonstre que ângulos opostos pelo vértice são congruentes.
- P2. Justifique a recíproca dos correspondentes usando a unicidade da paralela por um ponto.
- P3. Demonstre a recíproca dos alternos internos.

- P4.** Demonstre a recíproca dos colaterais internos.
- P5.** Demonstre que duas retas distintas perpendiculares a uma mesma reta são paralelas.
- P6.** Determine e justifique a soma das medidas dos oito ângulos da figura-padrão.

17 Avaliação-síntese

- S1.** Classifique os pares $(2, 6)$, $(4, 6)$ e $(1, 8)$.
- S2.** Se $1 = 135^\circ$, determine todos os oito ângulos.
- S3.** Correspondentes medem $7x - 4$ e $5x + 30$. Determine x e a medida.
- S4.** Alternos internos medem $3x + 22$ e $5x - 18$. Determine x e a medida.
- S5.** Colaterais internos medem $4x + 5$ e $2x + 25$. Determine-os.
- S6.** Opostos pelo vértice medem $8x - 12$ e $5x + 42$. Determine x .
- S7.** O que ocorre se um dos ângulos mede 90° ?
- S8.** Correspondentes em duas retas medem 68° . Prove o paralelismo.
- S9.** Se um ângulo agudo mede 38° , determine o obtuso e a diferença entre eles.
- S10.** Uma escada cruza barras horizontais paralelas formando 73° . Determine o suplemento.
- S11.** Explique como alternos internos podem provar que duas linhas desenhadas são paralelas.
- S12.** Elabore e resolva um problema envolvendo colaterais internos.

18 Gabarito comentado

18.1 Bloco A

A1. Correspondentes.

A2. Alternos internos.

A3. Alternos externos.

A4. Colaterais internos.

A5. Opostos pelo vértice.

A6. São adjacentes e formam um par linear; somam 180° .

A7. 3, 4, 5, 6.

A8. 1, 2, 7, 8.

A9. Em cada interseção, opostos pelo vértice continuam congruentes e pares lineares continuam suplementares. Relações entre as duas interseções não são garantidas.

A10. Verdadeira: é a recíproca do postulado dos correspondentes.

A11. É uma reta que intersecta duas ou mais retas em pontos distintos.

A12. Congruentes têm medidas iguais; suplementares têm soma 180° .

18.2 Bloco B

B1.

$$2 = 4 = 6 = 8 = 58^\circ, \text{quad}1 = 3 = 5 = 7 = 122^\circ.$$

B2.

$$1 = 3 = 5 = 7 = 127^\circ, \text{quad}2 = 4 = 6 = 8 = 53^\circ.$$

B3. Alternos internos são congruentes:

$$3x + 10 = 5x - 30 \Rightarrow x = 20.$$

Ambos medem 70° .

B4. Colaterais internos são suplementares:

$$3x + 15 + 2x + 15 = 180 \Rightarrow x = 30.$$

As medidas são 105° e 75° .

B5. Correspondentes: $4x + 7 = 6x - 23$, logo $x = 15$ e a medida é 67° .

B6. Alternos externos: $7x - 5 = 5x + 19$, logo $x = 12$ e ambos medem 79° .

B7. Colaterais externos:

$$2x + 20 + 4x + 10 = 180 \Rightarrow x = 25.$$

As medidas são 70° e 110° .

B8. Se as medidas são $2k$ e k , então $3k = 180^\circ$. Logo, $k = 60^\circ$ e os ângulos são 60° e 120° .

B9. Se o agudo é a , o obtuso é $180 - a$. Então

$$(180 - a) - a = 40 \Rightarrow a = 70.$$

Os ângulos são 70° e 110° .

B10. Todos medem 90° , pois cada adjacente é suplemento de 90° e as medidas se transferem por correspondência.

B11. Opostos pelo vértice e correspondentes geram quatro ângulos congruentes; os quatro restantes são seus suplementos.

B12. Sim, pois $35 + 145 = 180$. Quatro ângulos podem medir 35° e quatro, 145° .

18.3 Bloco C

C1. $4x - 6 = 2x + 30$, então $x = 18$ e a medida é 66° .

C2. $5y + 5 = 3y + 45$, então $y = 20$ e a medida é 105° .

C3.

$$3x + 20 + 5x = 180 \Rightarrow x = 20.$$

As medidas são 80° e 100° .

C4. $x + 20 = 2x + 10$, logo $x = 10$ e ambos medem 30° .

C5.

$$4x + 12 + 2x + 18 = 180 \Rightarrow x = 25.$$

As medidas são 112° e 68° .

C6. O obtuso é $180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$.

C7. O agudo é $180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$.

C8. As retas são paralelas pela recíproca dos correspondentes.

C9. $3x + 15 = 5x - 25$, logo $x = 20$ e os ângulos medem 75° . Como alternos internos são congruentes, as retas são paralelas.

C10. Como $110^\circ + 70^\circ = 180^\circ$, as retas são paralelas pela recíproca dos colaterais internos.

C11. Os correspondentes ao ângulo reto também medem 90° ; portanto, a transversal forma ângulo reto com a segunda reta.

C12. Resposta pessoal. Exemplo: alternos externos medem $3x + 8$ e $5x - 24$. Igualando, $x = 16$ e ambos medem 56° .

18.4 Bloco D

- D1. Correção: correspondentes são congruentes quando as retas cortadas pela transversal são paralelas.
- D2. O teorema direto parte do paralelismo e conclui uma relação angular; a recíproca parte da relação angular e conclui o paralelismo.
- D3. Pelos correspondentes, $3 = 7$. Como $7 = 5$ por oposição pelo vértice, segue $3 = 5$.
- D4. Como $3 + 4 = 180^\circ$ e $4 = 6$ por alternância interna, temos $3 + 6 = 180^\circ$.
- D5. $4x + 10 = 2x + 50$ fornece $x = 20$ e ambas as medidas são 90° . Correspondentes congruentes garantem o paralelismo.
- D6. Desenhos podem não estar em escala, e medidas visuais são aproximadas. Uma prova exige hipótese ou critério geométrico.
- D7. Trace uma transversal; reproduza em outro ponto um ângulo correspondente congruente; trace a nova reta. Pela recíproca, ela é paralela à primeira.
- D8. Registre a medida a ; atribua a aos opostos pelo vértice e correspondentes; calcule $180^\circ - a$; atribua esse suplemento aos quatro ângulos restantes; confira os pares lineares.

18.5 Questões de aprofundamento

- P1. Se α e β são opostos e γ é adjacente a ambos, então $\alpha + \gamma = 180^\circ$ e $\beta + \gamma = 180^\circ$. Subtraindo, $\alpha = \beta$.
- P2. Pelo ponto da segunda reta, existe uma única paralela à primeira. Essa paralela produziria o correspondente congruente dado. Como a reta considerada produz o mesmo ângulo na mesma posição, ela coincide com a paralela única.
- P3. Se alternos internos são congruentes, um deles é congruente ao oposto pelo vértice do outro; obtém-se um par de correspondentes congruentes, logo as retas são paralelas.
- P4. Se colaterais internos somam 180° , um deles é congruente ao adjacente do outro. Esses dois são alternos internos; pela recíproca, as retas são paralelas.
- P5. A reta comum é transversal e forma correspondentes de 90° . Como são congruentes, as retas distintas são paralelas.
- P6. Em cada interseção, a soma dos quatro ângulos é 360° . Há duas interseções, então a soma é 720° .

18.6 Avaliação-síntese

- S1. $(2, 6)$ são correspondentes; $(4, 6)$ são alternos internos; $(1, 8)$ são colaterais externos.

S2.

$$1 = 3 = 5 = 7 = 135^\circ, \text{quad} 2 = 4 = 6 = 8 = 45^\circ.$$

- S3. $7x - 4 = 5x + 30$, então $x = 17$ e a medida é 115° .

S4. $3x + 22 = 5x - 18$, então $x = 20$ e a medida é 82° .

S5.

$$4x + 5 + 2x + 25 = 180 \Rightarrow x = 25.$$

As medidas são 105° e 75° .

S6. $8x - 12 = 5x + 42$, então $x = 18$ e a medida é 132° .

S7. Todos os oito ângulos medem 90° ; a transversal é perpendicular às duas paralelas.

S8. Os ângulos ocupam posições correspondentes e são congruentes. Pela recíproca dos correspondentes, as retas são paralelas.

S9. O obtuso mede $180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$; a diferença é 104° .

S10. O suplemento mede $180^\circ - 73^\circ = 107^\circ$.

S11. Meça ou estabeleça um par de alternos internos. Se forem congruentes, a recíproca desse teorema garante o paralelismo.

S12. Resposta pessoal. Exemplo: colaterais internos medem $2x + 20$ e $4x + 10$. Somando 180° , obtemos $x = 25$ e medidas 70° e 110° .

19 Resumo final

Mapa das relações

Para $r \parallel s$ cortadas por t :

correspondentes:	$1 = 5, 2 = 6, 3 = 7, 4 = 8,$
alternos internos:	$3 = 5, 4 = 6,$
alternos externos:	$1 = 7, 2 = 8,$
colaterais internos:	$3 + 6 = 180^\circ, 4 + 5 = 180^\circ,$
colaterais externos:	$1 + 8 = 180^\circ, 2 + 7 = 180^\circ.$

- Opostos pelo vértice são sempre congruentes.
- Pares lineares são sempre suplementares.
- Relações entre interseções exigem paralelismo ou servem para prová-lo.
- Os oito ângulos reduzem-se a duas medidas suplementares.
- As recíprocas transformam relações angulares em critérios de paralelismo.
- Uma demonstração não depende da aparência nem de medições aproximadas.

Referência normativa

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Matemática, 9º ano, habilidade EF09MA10. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf.

Fim do curso — Retas Paralelas Cortadas por uma Transversal