

Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Curso completo de Matemática — 9º ano do Ensino Fundamental

Alinhado à habilidade EF09MA13 da BNCC

Sumário

1	Apresentação e objetivos de aprendizagem	1
2	Triângulo retângulo e convenção de letras	1
3	Altura e projeções na hipotenusa	2
4	Os três triângulos semelhantes	2
5	Teorema do cateto e sua projeção	3
6	Teorema da altura	4
7	Produto dos catetos	5
8	Teorema de Pitágoras como consequência	5
9	Relações derivadas e sistema completo	6
10	Estratégia de resolução	6
11	Aplicações geométricas	7
11.1	Escadas, cabos e rampas	7
11.2	Altura em uma semicircunferência	7
11.3	Área e otimização elementar	8
12	Tecnologia e investigação	8
13	Erros frequentes e controle de coerência	8
14	Exercícios de consolidação	9
14.1	Bloco A — Conceitos	9
14.2	Bloco B — Cálculo direto	9
14.3	Bloco C — Álgebra e aplicações	10

14.4 Bloco D — Análise e demonstração	10
15 Questões de aprofundamento	11
16 Avaliação-síntese	11
17 Gabarito comentado	11
17.1 Bloco A	11
17.2 Bloco B	12
17.3 Bloco C	12
17.4 Bloco D	13
17.5 Questões de aprofundamento	13
17.6 Avaliação-síntese	14
18 Resumo final	14

1 Apresentação e objetivos de aprendizagem

Ao traçar a altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo, surgem dois triângulos menores. Os três triângulos têm os mesmos ângulos e são semelhantes. Essa estrutura permite deduzir, sem fórmulas isoladas, relações entre catetos, hipotenusa, altura e projeções.

Ao concluir este curso, espera-se que o estudante seja capaz de:

- reconhecer hipotenusa, catetos, altura e projeções ortogonais;
- identificar corretamente os três triângulos semelhantes;
- demonstrar as relações métricas por semelhança;
- aplicar $c^2 = am$, $b^2 = an$, $h^2 = mn$ e $bc = ah$;
- deduzir o Teorema de Pitágoras a partir das projeções;
- selecionar a relação adequada sem depender de memorização mecânica;
- resolver problemas geométricos, algébricos e contextualizados;
- verificar a coerência das medidas obtidas.

Correspondência com a BNCC

Este curso desenvolve a habilidade **EF09MA13**: demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o Teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.

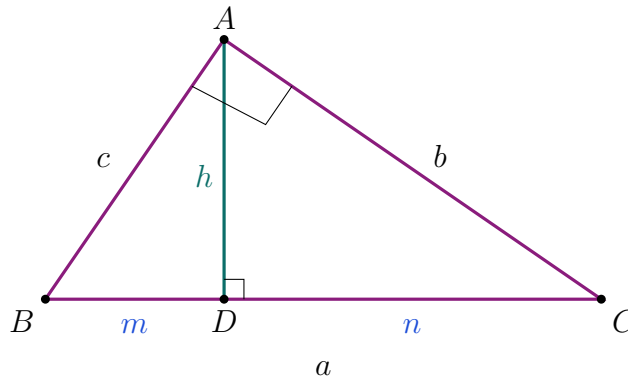
2 Triângulo retângulo e convenção de letras

Definição 2.1: Triângulo retângulo

É o triângulo que possui um ângulo interno de 90° , chamado ângulo reto. Os lados que formam esse ângulo são os catetos; o lado oposto é a hipotenusa.

Neste curso, adotaremos sempre a seguinte convenção no triângulo ABC , reto em A :

- $a = BC$: hipotenusa;
- $b = AC$ e $c = AB$: catetos;
- $h = AD$: altura relativa à hipotenusa;
- $m = BD$: projeção do cateto c sobre a hipotenusa;
- $n = DC$: projeção do cateto b sobre a hipotenusa.



A letra não determina o papel sozinha

Em outros livros, as letras m e n podem aparecer trocadas. O essencial é observar qual projeção está associada a cada cateto. Neste texto, c projeta-se em m e b projeta-se em n .

3 Altura e projeções na hipotenusa

Definição 3.1: Projeção ortogonal

A projeção ortogonal de um segmento sobre uma reta é o segmento determinado pelos pés das perpendiculares traçadas de suas extremidades à reta.

Como D pertence ao segmento BC , a altura divide a hipotenusa em duas partes.

Teorema 3.1: Decomposição da hipotenusa

Na convenção adotada,

$$a = m + n.$$

Demonstração

Os segmentos BD e DC são adjacentes e formam BC . Portanto, $BC = BD + DC$, isto é, $a = m + n$.

Observação

Como D está no interior da hipotenusa de um triângulo não degenerado, $m > 0$, $n > 0$, $m < a$ e $n < a$.

4 Os três triângulos semelhantes

A altura AD forma os triângulos ABD e ACD , ambos retângulos em D .

Teorema 4.1: Semelhanças fundamentais

Com a convenção anterior,

$$\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC.$$

Demonstração

No par ABC e DBA , os ângulos A e D são retos, e o ângulo B é comum. Logo, $\triangle ABC \sim \triangle DBA$ por AA.

No par ABC e DAC , os ângulos A e D são retos, e o ângulo C é comum. Logo, $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ por AA. Pela transitividade da semelhança, os dois triângulos menores também são semelhantes.

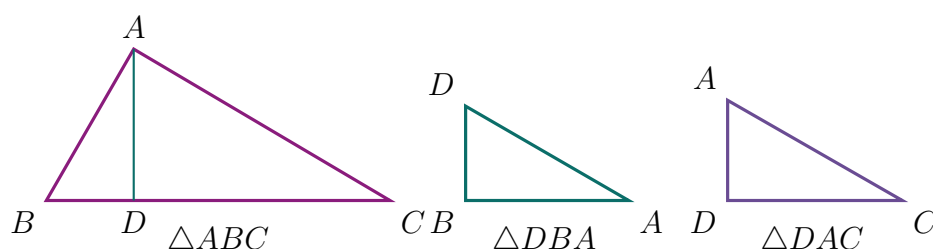


Tabela de correspondências

	ângulo reto	ângulo em B	ângulo em C
$\triangle ABC$	A	B	C
$\triangle DBA$	D	B	A
$\triangle DAC$	D	A	C

A ordem dos nomes registra exatamente essas correspondências.

5 Teorema do cateto e sua projeção

Teorema 5.1: Relações dos catetos

O quadrado de cada cateto é igual ao produto da hipotenusa por sua projeção:

$$c^2 = am \quad \text{e} \quad b^2 = an.$$

Demonstração

Da semelhança $\triangle ABC \sim \triangle DBA$, os lados $AB = c$ e $BC = a$ correspondem, assim como $BD = m$ e $AB = c$. Portanto,

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{m} \implies c^2 = am.$$

Da semelhança $\triangle ABC \sim \triangle DAC$,

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{n} \implies b^2 = an.$$

Média geométrica

As igualdades podem ser escritas como

$$c = \sqrt{am}, \quad b = \sqrt{an}.$$

Assim, cada cateto é a média geométrica entre a hipotenusa e sua projeção.

Exemplo

Se $a = 25$, $m = 9$ e $n = 16$, então

$$c = \sqrt{25 \cdot 9} = 15, \quad b = \sqrt{25 \cdot 16} = 20.$$

6 Teorema da altura

Teorema 6.1: Altura relativa à hipotenusa

O quadrado da altura relativa à hipotenusa é igual ao produto das projeções dos catetos:

$$\boxed{h^2 = mn.}$$

Demonstração

Compare os triângulos menores DBA e DAC . Os lados $BD = m$ e $AD = h$ do primeiro correspondem a $AD = h$ e $DC = n$ do segundo. Logo,

$$\frac{m}{h} = \frac{h}{n} \implies h^2 = mn.$$

Outra média geométrica

Como $h > 0$, temos $h = \sqrt{mn}$. A altura é a média geométrica das duas projeções.

Exemplo

Se $m = 4$ e $n = 9$, então

$$a = 4 + 9 = 13, \quad h = \sqrt{4 \cdot 9} = 6.$$

Além disso, $c = \sqrt{13 \cdot 4} = 2\sqrt{13}$ e $b = \sqrt{13 \cdot 9} = 3\sqrt{13}$.

7 Produto dos catetos

Teorema 7.1: Relação entre catetos, hipotenusa e altura

O produto dos catetos é igual ao produto da hipotenusa pela altura relativa a ela:

$$bc = ah.$$

Demonstração por áreas

A área do triângulo pode ser calculada usando os catetos como base e altura:

$$A = \frac{bc}{2}.$$

Também podemos usar a hipotenusa a como base e a altura h :

$$A = \frac{ah}{2}.$$

Igualando as expressões, $bc/2 = ah/2$, de onde $bc = ah$.

Exemplo

No triângulo de catetos 6 e 8, a hipotenusa mede 10. Logo,

$$h = \frac{bc}{a} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8.$$

8 Teorema de Pitágoras como consequência

Teorema 8.1: Teorema de Pitágoras

Em todo triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos:

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

Demonstração

Pelas relações dos catetos, $b^2 = an$ e $c^2 = am$. Somando,

$$b^2 + c^2 = an + am = a(n + m).$$

Como $m + n = a$, segue que

$$b^2 + c^2 = a \cdot a = a^2.$$

Observação

Esta demonstração mostra a unidade da teoria: o Teorema de Pitágoras não surge como fórmula independente, mas como consequência direta da semelhança e da decomposição da hipotenusa.

Teorema 8.2: Recíproca de Pitágoras

Se, em um triângulo de maior lado a , vale $a^2 = b^2 + c^2$, então o triângulo é retângulo e o ângulo oposto a a mede 90° .

9 Relações derivadas e sistema completo

Das relações fundamentais, obtemos fórmulas úteis:

$$m = \frac{c^2}{a}, \quad n = \frac{b^2}{a}, \quad h = \frac{bc}{a}, \quad h = \sqrt{mn}.$$

Teorema 9.1: Relação recíproca da altura

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}.$$

Demonstração

Como $h = bc/a$, temos $1/h^2 = a^2/(b^2c^2)$. Aplicando Pitágoras,

$$\frac{1}{h^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2c^2} = \frac{1}{c^2} + \frac{1}{b^2}.$$

Sistema de relações métricas

$$\begin{array}{lll} a = m + n, & c^2 = am, & b^2 = an, \\ h^2 = mn, & bc = ah, & a^2 = b^2 + c^2. \end{array}$$

Todas essas relações se referem à convenção apresentada no início do curso.

10 Estratégia de resolução

Roteiro seguro

1. Desenhe o triângulo e marque o ângulo reto.
2. Identifique a hipotenusa antes de nomear os demais elementos.
3. Associe cada cateto à sua projeção.
4. Liste apenas as medidas conhecidas e a incógnita.
5. Escolha uma relação que envolva essas grandezas, com o mínimo de dados extras.
6. Resolva e rejeite comprimentos negativos.
7. Verifique $a = m + n$, Pitágoras e a ordem $a > b$, $a > c$.

Hipotenusa e uma projeção

Se $a = 25$ e $m = 9$, então $n = 25 - 9 = 16$. Depois,

$$c = \sqrt{am} = 15, \quad b = \sqrt{an} = 20, \quad h = \sqrt{mn} = 12.$$

A verificação $15^2 + 20^2 = 25^2$ confirma o resultado.

Catetos conhecidos

Se $b = 12$ e $c = 5$, então $a = 13$. Assim,

$$m = \frac{25}{13}, \quad n = \frac{144}{13}, \quad h = \frac{60}{13}.$$

Observe que $m + n = (25 + 144)/13 = 13 = a$.

Não misture relações de convenções diferentes

Escrever $b^2 = am$ neste curso é incorreto, pois m é a projeção do cateto c . Antes da substituição numérica, confirme visualmente o par cateto-projeção.

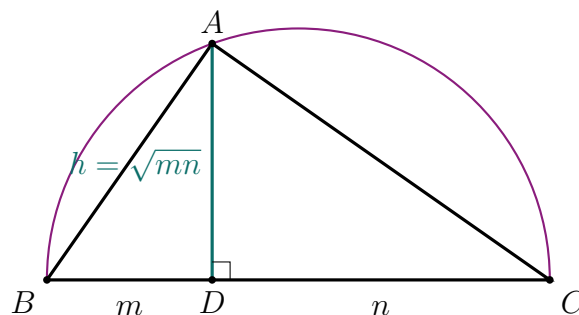
11 Aplicações geométricas

11.1 Escadas, cabos e rampas

Uma escada apoiada em uma parede, um cabo esticado e uma rampa podem formar triângulos retângulos. O maior lado, oposto ao ângulo reto, é a hipotenusa. As relações permitem calcular comprimentos ou verificar se uma montagem é possível.

11.2 Altura em uma semicircunferência

Se BC é diâmetro de uma semicircunferência e A pertence ao arco, então $\angle BAC = 90^\circ$. Ao projetar A sobre BC , a altura satisfaz $h^2 = mn$. Esse fato permite construir geometricamente $\sqrt{mn}$.



11.3 Área e otimização elementar

Com hipotenusa fixa a e projeções $m + n = a$, a altura vale $h = \sqrt{mn}$. Quando $m = n = a/2$, o produto mn é máximo; portanto, a altura é máxima. Nesse caso, os catetos são iguais e o triângulo é retângulo isósceles.

12 Tecnologia e investigação

Geometria dinâmica

Construa um segmento BC e uma semicircunferência de diâmetro BC . Escolha A sobre o arco e trace $AD \perp BC$. Meça a, b, c, h, m, n e crie os valores $c^2/(am)$, $b^2/(an)$, $h^2/(mn)$ e $bc/(ah)$. Arraste A . Os quatro quocientes devem permanecer iguais a 1, salvo pequenas aproximações do software.

Medida experimental não é demonstração

O software oferece evidência e ajuda a formular conjecturas. A validade para todos os triângulos vem das demonstrações por semelhança, não de uma coleção finita de medições.

13 Erros frequentes e controle de coerência

Erros que devem ser evitados

- chamar qualquer lado de hipotenusa sem localizar o ângulo reto;
- trocar as projeções m e n ;
- usar $h = m + n$ em vez de $a = m + n$;
- esquecer o quadrado em $h^2 = mn$;
- concluir $h = m + n$ a partir de $h^2 = mn$;
- aceitar raiz negativa como comprimento;
- somar catetos para obter a hipotenusa;
- arredondar resultados intermediários e acumular erro.

Conjectura 13.1: Afirmação para testar

“A altura relativa à hipotenusa é sempre metade da hipotenusa.”

A afirmação é falsa em geral. No triângulo 3–4–5, $h = 12/5 = 2,4$, e $a/2 = 2,5$. A igualdade ocorre no caso retângulo isósceles.

Verificações rápidas

As projeções devem somar a ; a hipotenusa deve ser o maior lado; deve valer $a^2 = b^2 + c^2$; e as áreas $bc/2$ e $ah/2$ devem coincidir.

14 Exercícios de consolidação

14.1 Bloco A — Conceitos

1. Defina triângulo retângulo, catetos e hipotenusa.
2. Na convenção do curso, identifique a, b, c, h, m, n .
3. Explique por que $a = m + n$.
4. Escreva, na ordem correta, os três triângulos semelhantes.
5. Enuncie as duas relações entre catetos e projeções.
6. Enuncie a relação da altura com as projeções.
7. Enuncie a relação entre o produto dos catetos e ah .
8. Explique o significado de dizer que h é média geométrica de m e n .
9. Deduza Pitágoras somando as relações dos catetos.
10. Qual relação é mais direta quando os dois catetos e a hipotenusa são conhecidos e se deseja h ?
11. Um comprimento pode ser a raiz negativa de uma equação métrica? Justifique.
12. Explique por que medições em software não substituem uma demonstração.

14.2 Bloco B — Cálculo direto

1. Se $a = 10$, $m = 3,6$ e $n = 6,4$, determine b, c, h .
2. Se $a = 25$ e $m = 9$, determine n, b, c, h .
3. Se $m = 4$ e $n = 9$, determine a, h, b, c .
4. Para $a = 13$, $b = 12$ e $c = 5$, determine m, n, h .
5. Para catetos 15 e 20, determine a, h e as projeções.
6. Se $a = 17$ e $c = 8$, determine b, m, n, h .
7. Se $a = 18$ e $m = 8$, determine c, n, b, h .
8. Se $h = 6$ e $m = 4$, determine n, a, b, c .
9. Use $bc = ah$ para calcular h quando $a = 13$, $b = 12$, $c = 5$.

10. Use a relação recíproca para calcular h quando $b = 6$ e $c = 8$.
11. Calcule a área do triângulo de catetos 9 e 12 de duas maneiras.
12. Verifique todas as relações fundamentais no triângulo 3-4-5.

14.3 Bloco C — Álgebra e aplicações

1. Se $a = 20$, $m = 5$ e $c = x$, determine x .
2. Se $m = x$, $n = x + 5$ e $h = 6$, determine x .
3. Se $m = 2x - 1$, $n = x + 1$ e $a = 15$, determine x, m, n .
4. Se os catetos medem x e $x + 7$ e a hipotenusa mede 17, determine x .
5. Se $a = 10$ e $h = 4,8$, determine o produto bc e a área.
6. Uma escada de 13 m alcança 12 m de altura. Determine a distância da base à parede.
7. Um cabo de 25 m liga o topo de um mastro ao chão, a 15 m da base. Determine a altura do mastro.
8. Uma rampa sobe 1,5 m em um percurso horizontal de 2 m. Determine seu comprimento.
9. A altura relativa à hipotenusa divide-a em segmentos de 9 cm e 16 cm. Determine todos os demais elementos.
10. Constrói-se uma semicircunferência sobre segmentos adjacentes de 4 cm e 12 cm. Determine a perpendicular ao ponto de divisão até o arco.
11. No plano cartesiano, $A = (0, 0)$, $B = (6, 0)$ e $C = (0, 8)$. Determine os lados e a altura de A à hipotenusa.
12. Um estudante obteve $a = 10$, $m = 7$, $n = 4$. Explique por que os dados são incompatíveis.

14.4 Bloco D — Análise e demonstração

1. Demonstre $c^2 = am$ usando a semelhança $\triangle ABC \sim \triangle DBA$.
2. Demonstre $b^2 = an$ usando $\triangle ABC \sim \triangle DAC$.
3. Demonstre $h^2 = mn$ comparando os triângulos menores.
4. Apresente duas demonstrações de $bc = ah$: uma por área e outra por semelhança.
5. Deduza o Teorema de Pitágoras a partir das projeções.
6. Demonstre $1/h^2 = 1/b^2 + 1/c^2$.
7. Mostre que $h < a/2$, exceto no caso retângulo isósceles, quando $h = a/2$.
8. Explique por que a correspondência correta dos vértices é indispensável nas demonstrações.

15 Questões de aprofundamento

1. Se $m : n = 4 : 9$ e $a = 26$, determine m, n, h, b, c .
2. Em um triângulo retângulo, $h = 12$ e $a = 25$. Determine as projeções e os catetos.
3. Prove que $h \leq a/2$ usando $(m - n)^2 \geq 0$.
4. Se $b + c = 35$ e $a = 25$, determine b, c e h .
5. Uma altura relativa à hipotenusa mede 8 e uma projeção mede o dobro da outra. Determine m, n e a .
6. Analise a afirmação: “Se $h^2 = mn$ e $a = m + n$, então quaisquer números positivos a, h, m, n determinam um único triângulo retângulo.”

16 Avaliação-síntese

1. Identifique os elementos a, b, c, h, m, n da convenção adotada.
2. Justifique por AA a semelhança $\triangle ABC \sim \triangle DBA$.
3. Se $a = 20$ e $m = 5$, determine c .
4. Se $m = 5$ e $n = 20$, determine h e a .
5. Se $a = 10$, $b = 8$ e $c = 6$, determine m, n, h .
6. Deduza $a^2 = b^2 + c^2$ usando $b^2 = an$ e $c^2 = am$.
7. Calcule a hipotenusa de um triângulo de catetos 7 e 24.
8. Uma escada de 10 m tem base a 6 m da parede. Qual altura alcança?
9. Determine a área de um triângulo com $a = 25$ e $h = 12$.
10. Explique por que $h = \sqrt{mn}$, e não $h = mn$.
11. Verifique se lados 8, 15 e 17 formam triângulo retângulo.
12. Um aluno associa b a m e escreve $b^2 = am$. Corrija o erro segundo a convenção do curso.

17 Gabarito comentado

17.1 Bloco A

1. Possui um ângulo de 90° ; os lados desse ângulo são catetos e o oposto é a hipotenusa.
2. $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$, $h = AD$, $m = BD$ e $n = DC$.
3. $D \in BC$, portanto $BC = BD + DC$.
4. $\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC$.

5. $c^2 = am$ e $b^2 = an$.
6. $h^2 = mn$.
7. $bc = ah$.
8. $h^2 = mn$ e, como $h > 0$, $h = \sqrt{mn}$.
9. $b^2 + c^2 = an + am = a(n + m) = a^2$.
10. $bc = ah$, isto é, $h = bc/a$.
11. Não. Comprimentos são positivos; rejeita-se a raiz negativa.
12. Medições verificam casos particulares; a demonstração estabelece o resultado geral.

17.2 Bloco B

1. $c = \sqrt{10 \cdot 3,6} = 6$, $b = \sqrt{10 \cdot 6,4} = 8$ e $h = \sqrt{3,6 \cdot 6,4} = 4,8$.
2. $n = 16$, $b = 20$, $c = 15$, $h = 12$.
3. $a = 13$, $h = 6$, $b = 3\sqrt{13}$ e $c = 2\sqrt{13}$.
4. $m = 25/13$, $n = 144/13$ e $h = 60/13$.
5. $a = 25$, $h = 12$; projeções 16 para o cateto 20 e 9 para o cateto 15.
6. $b = 15$, $m = 64/17$, $n = 225/17$ e $h = 120/17$.
7. $c = 12$, $n = 10$, $b = 6\sqrt{5}$ e $h = 4\sqrt{5}$.
8. $36 = 4n$, logo $n = 9$; $a = 13$, $c = 2\sqrt{13}$ e $b = 3\sqrt{13}$.
9. $h = 60/13$.
10. $1/h^2 = 1/36 + 1/64 = 25/576$, então $h = 24/5$.
11. $A = 9 \cdot 12/2 = 54$. Como $a = 15$ e $h = 36/5$, também $A = 15(36/5)/2 = 54$.
12. Tomando $a = 5$, $b = 4$, $c = 3$: $m = 9/5$, $n = 16/5$, $h = 12/5$; a substituição confirma todas as igualdades.

17.3 Bloco C

1. $x^2 = 20 \cdot 5 = 100$, portanto $x = 10$.
2. $x(x + 5) = 36$, ou $x^2 + 5x - 36 = 0$; as raízes são 4 e -9 . Logo, $x = 4$.
3. $(2x - 1) + (x + 1) = 15$, então $3x = 15$, $x = 5$, $m = 9$ e $n = 6$.
4. $x^2 + (x + 7)^2 = 289$. Obtém-se $x = 8$ ou $x = -15$; como comprimento é positivo, os catetos são 8 e 15.
5. $bc = ah = 48$ e $A = bc/2 = 24$.

6. 5 m, pois $13^2 = 12^2 + x^2$.
7. 20 m, pois $25^2 = 15^2 + h^2$.
8. 2,5 m, pois $L^2 = 1,5^2 + 2^2 = 6,25$.
9. $a = 25$, $h = 12$; os catetos são 15 e 20.
10. $h = \sqrt{4 \cdot 12} = 4\sqrt{3}$ cm.
11. Catetos 6 e 8, hipotenusa 10 e $h = 6 \cdot 8/10 = 4,8$.
12. As projeções deveriam satisfazer $m + n = a$, mas $7 + 4 = 11 \neq 10$.

17.4 Bloco D

1. Da correspondência, $a/c = c/m$; multiplicando em cruz, $c^2 = am$.
2. Da correspondência, $a/b = b/n$; portanto, $b^2 = an$.
3. Dos triângulos menores, $m/h = h/n$; logo, $h^2 = mn$.
4. Por áreas, $bc/2 = ah/2$. Pela semelhança $ABC \sim DBA$, também $b/a = h/c$, de onde $bc = ah$.
5. $b^2 + c^2 = an + am = a(n + m) = a^2$.
6. De $h = bc/a$ e $a^2 = b^2 + c^2$, segue $1/h^2 = a^2/(b^2c^2) = 1/b^2 + 1/c^2$.
7. Como $(m - n)^2 \geq 0$, $(m + n)^2 \geq 4mn$. Logo, $a^2 \geq 4h^2$ e $h \leq a/2$. A igualdade exige $m = n$.
8. Uma ordem errada compara lados não homólogos e produz proporções sem justificativa geométrica.

17.5 Questões de aprofundamento

1. $m = 8$, $n = 18$; $h = 12$, $c = 4\sqrt{13}$ e $b = 6\sqrt{13}$.
2. $m + n = 25$ e $mn = 144$. As projeções são 9 e 16; os catetos são 15 e 20.
3. $(m - n)^2 \geq 0$ implica $(m + n)^2 \geq 4mn$, isto é, $a^2 \geq 4h^2$; como são positivos, $h \leq a/2$.
4. $(b + c)^2 = b^2 + c^2 + 2bc$ dá $1225 = 625 + 2bc$, logo $bc = 300$. Assim, b e c são raízes de $t^2 - 35t + 300 = 0$: 15 e 20. Portanto, $h = 12$.
5. Se a menor é x e a maior $2x$, então $64 = 2x^2$, $x = 4\sqrt{2}$. Logo, $m = 4\sqrt{2}$, $n = 8\sqrt{2}$ e $a = 12\sqrt{2}$.
6. Com $m, n > 0$, as condições determinam $b = \sqrt{an}$ e $c = \sqrt{am}$, a menos da troca entre os catetos; os triângulos resultantes são congruentes por reflexão. Portanto, a forma é única, mas a nomeação/orientação pode variar.

17.6 Avaliação-síntese

1. $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$, $h = AD$, $m = BD$, $n = DC$.
2. A e D são retos e o ângulo B é comum; portanto, AA.
3. $c = \sqrt{20 \cdot 5} = 10$.
4. $h = \sqrt{5 \cdot 20} = 10$ e $a = 25$.
5. $m = c^2/a = 3,6$, $n = b^2/a = 6,4$ e $h = bc/a = 4,8$.
6. $b^2 + c^2 = an + am = a(n + m) = a^2$.
7. $a = 25$, pois $7^2 + 24^2 = 625$.
8. 8 m, pois $10^2 = 6^2 + h^2$.
9. $A = ah/2 = 25 \cdot 12/2 = 150$ unidades quadradas.
10. De $h^2 = mn$, tomamos a raiz positiva: $h = \sqrt{mn}$; mn tem unidade de comprimento ao quadrado.
11. Sim: $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2$.
12. Nesta convenção, b projeta-se em n , então $b^2 = an$. O cateto c projeta-se em m : $c^2 = am$.

18 Resumo final

Síntese

- a é a hipotenusa; b, c são catetos; h é a altura; m, n são projeções.
- $\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC$ por AA.
- $a = m + n$.
- $c^2 = am$ e $b^2 = an$.
- $h^2 = mn$ e $bc = ah$.
- $a^2 = b^2 + c^2$ decorre da soma das relações dos catetos.
- A correspondência correta entre cateto e projeção é parte da solução.
- Todo resultado deve satisfazer simultaneamente as relações fundamentais.

As fórmulas são consequências visíveis de uma única ideia: semelhança.