

Média, Moda, Mediana e Amplitude

Matemática – 8º Ano

Medidas de tendência central, dispersão, valores extremos e interpretação estatística

Objetivos de aprendizagem

Ao final deste curso, o estudante deverá ser capaz de:

- 1) compreender o conceito de medida-resumo;
- 2) distinguir medidas de tendência central e medidas de dispersão;
- 3) calcular a média aritmética;
- 4) interpretar a média como valor de equilíbrio;
- 5) calcular a média a partir de uma tabela de frequências;
- 6) resolver problemas inversos envolvendo média;
- 7) compreender e determinar a moda;
- 8) reconhecer conjuntos amodais, unimodais, bimodais e multimodais;
- 9) compreender a necessidade de ordenar os dados para determinar a mediana;
- 10) determinar a mediana de conjuntos com número ímpar de observações;
- 11) determinar a mediana de conjuntos com número par de observações;
- 12) determinar a amplitude total;
- 13) compreender a amplitude como medida simples de dispersão;
- 14) comparar conjuntos com mesma média e dispersões diferentes;
- 15) analisar a influência de valores extremos sobre a média;
- 16) reconhecer a maior resistência da mediana a valores extremos;
- 17) escolher entre média, moda e mediana conforme o contexto;
- 18) compreender que nenhuma medida isolada descreve completamente um conjunto de dados;
- 19) interpretar medidas de tendência central juntamente com medidas de dispersão;
- 20) utilizar tecnologia, quando disponível, para verificar cálculos estatísticos.

Sumário

1	Introdução	1
2	Medidas de tendência central	1
3	Medidas de dispersão	2
4	Média aritmética	2
5	Notação da média	2
6	Exemplo fundamental	3
7	A média não precisa pertencer ao conjunto	3
8	Interpretação da média como repartição	4
9	Média como ponto de equilíbrio	4
10	Propriedade fundamental da média	5
11	Demonstração	5
12	A média está entre o mínimo e o máximo	6
13	Média com números decimais	6
14	Média a partir de frequências	6
15	Fórmula da média com frequências	7
16	Exemplo com tabela	7
17	Problema inverso com média	8
18	Outra forma algébrica	9
19	Efeito de adicionar uma constante	9
20	Exemplo	10
21	Efeito de multiplicar os dados	10

22	Moda	11
23	Exemplo de moda	11
24	Moda e frequência	11
25	Conjunto amodal	12
26	Conjunto bimodal	12
27	Conjunto multimodal	12
28	Moda em dados qualitativos	12
29	Mediana	13
30	Primeiro passo: ordenar	13
31	Mediana com número ímpar de dados	14
32	Exemplo ímpar	14
33	Mediana com número par de dados	14
34	Fórmula para número par	15
35	Exemplo par	15
36	A mediana pode não pertencer ao conjunto	16
37	Interpretação da mediana	16
38	Mediana em tabela de frequências	16
39	Uso da frequência acumulada	17
40	Amplitude total	18
41	Exemplo de amplitude	18
42	Interpretação da amplitude	18
43	Exemplo de limitação da amplitude	19

44 Mesma média, distribuições diferentes	19
45 Mas as amplitudes são diferentes	20
46 Importância de combinar centro e dispersão	20
47 Valores extremos	21
48 Efeito sobre a média	21
49 Efeito sobre a mediana	22
50 Resistência a valores extremos	22
51 Exemplo: salários	22
52 Interpretação do exemplo	23
53 Quando a média é adequada?	23
54 Quando a mediana é adequada?	24
55 Quando a moda é adequada?	24
56 Comparação das três medidas	24
57 As três medidas podem coincidir	24
58 As medidas podem ser diferentes	25
59 Não existe sempre uma “melhor” medida	26
60 Média ponderada	26
61 Relação com a tabela de frequências	26
62 Exemplo de média ponderada	27
63 Média simples versus ponderada	27
64 Média de dados agrupados em classes – aprofundamento	28
65 Por que essa média é aproximada?	28

66 Exemplo agrupado	29
67 Mediana e frequência acumulada	29
68 Localização	30
69 Moda em tabela de frequências	30
70 Amplitude em tabela	31
71 Comparação completa de dois conjuntos	31
72 Médias	31
73 Medianas e modas	32
74 Amplitudes	32
75 A importância do contexto	33
76 Interpretação equivocada da média	33
77 Interpretação equivocada da moda	34
78 Interpretação equivocada da mediana	34
79 Interpretação equivocada da amplitude	34
80 Estratégia geral	35
81 Erros comuns	35
82 Mapa conceitual	37
83 Resumo teórico	37
84 Exercícios	38
84.1 Parte A – Média	38
84.2 Parte B – Problemas inversos com média	39
84.3 Parte C – Moda	39
84.4 Parte D – Mediana	39
84.5 Parte E – Amplitude	40

84.6	Parte F – Todas as medidas	40
84.7	Parte G – Tabela de frequências	41
84.8	Parte H – Frequência acumulada e mediana	41
84.9	Parte I – Valores extremos	42
84.10	Parte J – Escolha da medida	42
84.11	Parte K – Média ponderada	42
84.12	Parte L – Comparação de conjuntos	43
84.13	Parte M – Dados agrupados	43
84.14	Parte N – Desafio	43
85	Gabarito comentado	44
85.1	Parte A	44
85.2	Parte B	45
85.3	Parte C	45
85.4	Parte D	46
85.5	Parte E	47
85.6	Parte F	48
85.7	Parte G	49
85.8	Parte H	50
85.9	Parte I	51
85.10	Parte J	52
85.11	Parte K	52
85.12	Parte L	53
85.13	Parte M	54
85.14	Parte N	54
86	Avaliação final	55
86.1	Gabarito da avaliação final	56
87	Conclusão	61

1 Introdução

Considere as notas:

6, 7, 7, 8, 9.

Como podemos resumir esse conjunto por poucos números?

Algumas possibilidades são:

média,

moda,

mediana

e:

amplitude.

As três primeiras procuram descrever, de formas diferentes, uma região central do conjunto.

A amplitude procura descrever:

o espalhamento dos valores.

2 Medidas de tendência central

Definição 2.1: Medida de tendência central

Uma **medida de tendência central** é um valor utilizado para representar uma posição central ou típica de um conjunto de dados.

Neste curso estudaremos:

média aritmética,

moda

e:

mediana.

3 Medidas de dispersão

Definição 3.1: Medida de dispersão

Uma **medida de dispersão** procura descrever o quanto os dados estão espalhados.

Neste nível, estudaremos principalmente:

amplitude total.

4 Média aritmética

Definição 4.1: Média aritmética

Dado um conjunto de n valores:

$$x_1, x_2, \dots, x_n,$$

a média aritmética é a soma de todos os valores dividida pelo número de observações.

Em símbolos:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}.$$

Ou, utilizando somatório:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

5 Notação da média

É comum representar a média por:

$$\bar{x}$$

que se lê:

“x barra”.

6 Exemplo fundamental

Exemplo

Determine a média de:

5, 7, 8, 10.

Resolução

Somamos os valores:

$$5 + 7 + 8 + 10 = 30.$$

Existem:

$$n = 4$$

observações.

Logo:

$$\bar{x} = \frac{30}{4}.$$

Portanto:

$$\boxed{\bar{x} = 7,5.}$$

7 A média não precisa pertencer ao conjunto

No exemplo:

5, 7, 8, 10,

obtivemos:

$$\bar{x} = 7,5.$$

Observe que:

7,5

não aparece entre os dados originais.

Observação

A média é uma medida-resumo.

Ela não precisa coincidir com uma observação efetivamente registrada.

8 Interpretação da média como repartição

Considere:

$$4, \quad 6, \quad 8.$$

A soma é:

$$18.$$

Se redistribuíssemos igualmente esse total entre três observações:

$$\frac{18}{3} = 6.$$

Assim, a média pode ser interpretada como o valor que cada observação teria caso o total fosse distribuído igualmente.

9 Média como ponto de equilíbrio

Considere:

$$2, \quad 5, \quad 8.$$

A média é:

$$\bar{x} = \frac{2 + 5 + 8}{3} = 5.$$

As diferenças em relação à média são:

$$2 - 5 = -3,$$

$$5 - 5 = 0,$$

$$8 - 5 = 3.$$

Somando:

$$-3 + 0 + 3 = 0.$$

10 Propriedade fundamental da média

Teorema 10.1: Soma dos desvios em relação à média

Para qualquer conjunto:

$$x_1, x_2, \dots, x_n,$$

com média $\bar{x}$,

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0.$$

11 Demonstração

Temos:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \bar{x}.$$

Como $\bar{x}$ é constante:

$$\sum_{i=1}^n \bar{x} = n\bar{x}.$$

Pela definição da média:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}.$$

Logo:

$$n\bar{x} = \sum x_i.$$

Portanto:

$$\sum x_i - n\bar{x} = 0.$$

Assim:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0.$$

12 A média está entre o mínimo e o máximo

Teorema 12.1: Limites da média

Para qualquer conjunto numérico não vazio:

$$x_{\min} \leq \bar{x} \leq x_{\max}.$$

Por exemplo, para:

$$3, \quad 5, \quad 12,$$

a média é:

$$\frac{20}{3} \approx 6,67.$$

E:

$$3 \leq 6,67 \leq 12.$$

13 Média com números decimais

Exemplo

Calcule a média:

$$6,5, \quad 7,2, \quad 8,1, \quad 7,8.$$

Resolução

Somamos:

$$6,5 + 7,2 + 8,1 + 7,8 = 29,6.$$

Logo:

$$\bar{x} = \frac{29,6}{4}.$$

Portanto:

$$\boxed{\bar{x} = 7,4.}$$

14 Média a partir de frequências

Considere a tabela:

Valor x_i	Frequência f_i
5	2
6	3
8	4
10	1

Isso significa que o conjunto possui:

5, 5, 6, 6, 6, 8, 8, 8, 8, 10.

15 Fórmula da média com frequências

Teorema 15.1: Média em tabela de frequências

Se os valores x_i possuem frequências f_i , então:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}.$$

16 Exemplo com tabela

Exemplo

Calcule a média da tabela:

x_i	f_i
5	2
6	3
8	4
10	1

Resolução

Multiplicamos valor por frequência:

$$5 \cdot 2 = 10,$$

$$6 \cdot 3 = 18,$$

$$8 \cdot 4 = 32,$$

$$10 \cdot 1 = 10.$$

Somando:

$$10 + 18 + 32 + 10 = 70.$$

O total de observações é:

$$2 + 3 + 4 + 1 = 10.$$

Logo:

$$\bar{x} = \frac{70}{10}.$$

Portanto:

$$\boxed{\bar{x} = 7.}$$

17 Problema inverso com média

Exemplo

As quatro primeiras notas de um estudante são:

$$6, \quad 7, \quad 8, \quad 9.$$

Qual deve ser a quinta nota para que a média seja:

$$8?$$

Resolução

Se a média de cinco notas é 8, a soma total deve ser:

$$5 \cdot 8 = 40.$$

A soma conhecida é:

$$6 + 7 + 8 + 9 = 30.$$

Logo, a quinta nota deve satisfazer:

$$30 + x = 40.$$

Portanto:

$$x = 10.$$

18 Outra forma algébrica

Também podemos escrever:

$$\frac{6 + 7 + 8 + 9 + x}{5} = 8.$$

Então:

$$\frac{30 + x}{5} = 8.$$

Multiplicando por 5:

$$30 + x = 40.$$

Logo:

$$x = 10.$$

19 Efeito de adicionar uma constante

Considere:

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

com média:

$$\bar{x}.$$

Se adicionarmos uma constante k a todos os valores, o novo conjunto terá média:

$$\boxed{\bar{x} + k.}$$

20 Exemplo

Se:

$$4, \quad 6, \quad 8$$

possui média:

$$6,$$

então:

$$14, \quad 16, \quad 18$$

possui média:

$$16.$$

Todos os valores aumentaram:

$$10,$$

e a média também.

21 Efeito de multiplicar os dados

Se todos os valores forem multiplicados por:

$$k,$$

a média também será multiplicada por:

$$k.$$

Assim:

$$\boxed{x_i \rightarrow kx_i \implies \bar{x} \rightarrow k\bar{x}.}$$

22 Moda

Definição 22.1: Moda

A **moda** de um conjunto de dados é o valor que possui a maior frequência.

Usaremos a notação:

$$\boxed{Mo}.$$

23 Exemplo de moda

Considere:

2, 3, 3, 4, 5, 3, 6.

O número:

3

aparece três vezes.

Todos os demais aparecem menos vezes.

Logo:

$$\boxed{Mo = 3.}$$

24 Moda e frequência

A moda depende da frequência, e não do tamanho numérico do valor.

Por exemplo:

1, 1, 1, 20, 100

possui moda:

$$\boxed{1},$$

mesmo que 100 seja o maior valor.

25 Conjunto amodal

Definição 25.1: Conjunto amodal

Um conjunto é **amodal** quando nenhum valor apresenta frequência maior que os demais.

Por exemplo:

2, 4, 6, 8.

Todos aparecem uma vez.

Logo:

não há moda.

26 Conjunto bimodal

Definição 26.1: Conjunto bimodal

Um conjunto é **bimodal** quando exatamente dois valores possuem a maior frequência.

Por exemplo:

1, 1, 2, 2, 3, 4.

Os números 1 e 2 aparecem duas vezes.

Logo:

$Mo = 1 \text{ e } 2.$

27 Conjunto multimodal

Quando três ou mais valores compartilham a maior frequência, podemos dizer que o conjunto é:

multimodal.

28 Moda em dados qualitativos

Uma importante vantagem da moda é que ela pode ser utilizada em dados não numéricos.

Por exemplo:

azul, vermelho, azul, verde, azul.

A moda é:

azul.

Observação

Média e mediana não são, em geral, apropriadas para categorias qualitativas nominais. A moda pode ser utilizada.

29 Mediana

Definição 29.1: Mediana

A **mediana** é o valor que ocupa a posição central de um conjunto de dados após os valores serem colocados em ordem.

Usaremos:

Md

para representar a mediana.

30 Primeiro passo: ordenar

Considere:

8, 3, 5, 9, 4.

Antes de determinar a mediana, ordenamos:

3, 4, 5, 8, 9.

O valor central é:

5.

Logo:

$Md = 5.$

31 Mediana com número ímpar de dados

Se:

$$n$$

é ímpar, existe uma única posição central.

Sua posição é:

$$\frac{n+1}{2}.$$

32 Exemplo ímpar

Considere sete valores ordenados:

$$1, \quad 3, \quad 4, \quad 6, \quad 8, \quad 10, \quad 12.$$

Temos:

$$n = 7.$$

A posição central é:

$$\frac{7+1}{2} = 4.$$

O quarto valor é:

$$6.$$

Logo:

$$Md = 6.$$

33 Mediana com número par de dados

Se:

$$n$$

é par, existem dois valores centrais.

Eles ocupam as posições:

$$\frac{n}{2}$$

e:

$$\frac{n}{2} + 1.$$

A mediana é a média desses dois valores.

34 Fórmula para número par

Se os dados estão ordenados:

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \cdots \leq x_{(n)},$$

e n é par:

$$Md = \frac{x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}}{2}.$$

35 Exemplo par

Considere:

$$2, \quad 4, \quad 7, \quad 9, \quad 10, \quad 15.$$

Temos:

$$n = 6.$$

Os dois valores centrais ocupam as posições:

$$3$$

e:

$$4.$$

Logo:

$$7$$

e:

9.

Assim:

$$Md = \frac{7 + 9}{2}.$$

Portanto:

$$Md = 8.$$

36 A mediana pode não pertencer ao conjunto

No exemplo anterior:

$$Md = 8.$$

Mas:

8

não aparece nos dados originais.

Portanto, assim como a média:

a mediana não precisa ser uma observação do conjunto.

37 Interpretação da mediana

A mediana divide os dados ordenados em duas partes.

Intuitivamente:

aproximadamente metade dos dados está abaixo da mediana

e:

aproximadamente metade está acima.

38 Mediana em tabela de frequências

Considere:

Valor	Frequência
2	2
4	3
5	4
7	1

O total é:

$$n = 10.$$

Como n é par, precisamos das posições:

$$5$$

e:

$$6.$$

39 Uso da frequência acumulada

Expandindo:

$$2, 2, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 7.$$

A posição 5 contém:

$$4.$$

A posição 6 contém:

$$5.$$

Logo:

$$Md = \frac{4 + 5}{2}.$$

Portanto:

$$Md = 4,5.$$

40 Amplitude total

Definição 40.1: Amplitude total

A **amplitude total** de um conjunto numérico é a diferença entre seu maior e seu menor valor.

Se:

$$x_{\max}$$

é o máximo e:

$$x_{\min}$$

é o mínimo:

$$A = x_{\max} - x_{\min}.$$

41 Exemplo de amplitude

Considere:

$$4, \quad 5, \quad 7, \quad 9, \quad 13.$$

Temos:

$$x_{\max} = 13,$$

$$x_{\min} = 4.$$

Logo:

$$A = 13 - 4.$$

Portanto:

$$A = 9.$$

42 Interpretação da amplitude

A amplitude mede a distância entre os extremos.

Quanto maior a amplitude, maior é o intervalo total ocupado pelos dados.

Entretanto, ela utiliza apenas:

$$\boxed{\text{o m\u00ednimo e o m\u00e1ximo.}}$$

Ignora os valores intermedi\u00e1rios.

43 Exemplo de limita\u00e7\u00e3o da amplitude

Considere:

$$A = \{0, 5, 5, 5, 10\}$$

e:

$$B = \{0, 1, 5, 9, 10\}.$$

Nos dois conjuntos:

$$x_{\min} = 0,$$

$$x_{\max} = 10.$$

Logo:

$$A_{\text{amplitude}} = B_{\text{amplitude}} = 10.$$

Entretanto, a distribui\u00e7\u00e3o interna dos dados \u00e9 bastante diferente.

44 Mesma m\u00e9dia, distribui\u00e7\u00f5es diferentes

Considere:

$$A = \{4, 5, 6\}$$

e:

$$B = \{0, 5, 10\}.$$

A m\u00e9dia de A \u00e9:

$$\bar{x}_A = \frac{4 + 5 + 6}{3} = 5.$$

A m\u00e9dia de B \u00e9:

$$\bar{x}_B = \frac{0 + 5 + 10}{3} = 5.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x}_A = \bar{x}_B = 5.}$$

45 Mas as amplitudes são diferentes

Para A :

$$A_A = 6 - 4 = 2.$$

Para B :

$$A_B = 10 - 0 = 10.$$

Assim:

$$\boxed{A_A = 2}$$

e:

$$\boxed{A_B = 10.}$$

Portanto:

$$\boxed{\text{mesma média não significa mesma distribuição.}}$$

46 Importância de combinar centro e dispersão

Uma descrição estatística é mais informativa quando considera simultaneamente:

$$\boxed{\text{posição central}}$$

e:

$$\boxed{\text{dispersão.}}$$

Por exemplo:

$$\text{média} = 5, \quad \text{amplitude} = 2$$

transmite informação diferente de:

$$\text{média} = 5, \quad \text{amplitude} = 10.$$

47 Valores extremos

Definição 47.1: Valor extremo

Em um contexto estatístico simples, chamamos informalmente de **valor extremo** uma observação muito distante da maior parte dos demais valores.

Considere:

$$20, \quad 21, \quad 22, \quad 23, \quad 24.$$

Agora substitua:

$$24$$

por:

$$100.$$

Teremos:

$$20, \quad 21, \quad 22, \quad 23, \quad 100.$$

48 Efeito sobre a média

Primeiro conjunto:

$$\bar{x} = \frac{20 + 21 + 22 + 23 + 24}{5}.$$

$$\bar{x} = \frac{110}{5}.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} = 22.}$$

Segundo conjunto:

$$\bar{x} = \frac{20 + 21 + 22 + 23 + 100}{5}.$$

$$\bar{x} = \frac{186}{5}.$$

Portanto:

$$\boxed{\bar{x} = 37,2.}$$

O valor extremo alterou fortemente a média.

49 Efeito sobre a mediana

Primeiro conjunto:

20, 21, 22, 23, 24.

Logo:

$$Md = 22.$$

Segundo:

20, 21, 22, 23, 100.

A posição central continua ocupada por:

22.

Logo:

$$\boxed{Md = 22.}$$

50 Resistência a valores extremos

Observação

A mediana é geralmente mais resistente a valores extremos que a média. Isso significa que uma alteração muito grande em um valor extremo pode afetar fortemente a média, mas pouco ou nada a mediana.

51 Exemplo: salários

Considere os salários mensais, em milhares de reais:

2, 2, 3, 3, 30.

A média é:

$$\bar{x} = \frac{40}{5} = 8.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} = 8.}$$

A mediana é:

$$\boxed{Md = 3.}$$

52 Interpretação do exemplo

A afirmação:

“o salário médio é R\$ 8 mil”

é matematicamente correta.

Entretanto, quatro das cinco pessoas recebem no máximo:

R\$ 3 mil.

Nesse contexto, a mediana:

$\boxed{R\$ 3 \text{ mil}}$

pode representar melhor um salário típico.

53 Quando a média é adequada?

A média é especialmente útil quando:

- os dados são quantitativos;
- todos os valores devem contribuir para o resultado;
- não existem valores extremos muito dominantes;
- queremos trabalhar com totais.

54 Quando a mediana é adequada?

A mediana pode ser especialmente útil quando:

- existem valores extremos;
- a distribuição é muito assimétrica;
- queremos identificar uma posição central;
- os valores podem ser ordenados.

55 Quando a moda é adequada?

A moda é particularmente útil quando queremos saber:

o valor ou categoria mais frequente.

Ela também funciona para variáveis qualitativas.

Por exemplo:

tamanho de calçado mais vendido

ou:

cor de produto mais procurada.

56 Comparação das três medidas

Medida	Ideia principal	Característica
Média	repartição/equilíbrio	usa todos os valores
Mediana	posição central	resistente a extremos
Moda	maior frequência	pode ser qualitativa

57 As três medidas podem coincidir

Considere:

1, 2, 2, 2, 3.

Média:

$$\bar{x} = \frac{10}{5} = 2.$$

Mediana:

$$Md = 2.$$

Moda:

$$Mo = 2.$$

Assim:

$$\boxed{\bar{x} = Md = Mo = 2.}$$

58 As medidas podem ser diferentes

Considere:

$$1, \quad 2, \quad 2, \quad 4, \quad 11.$$

Moda:

$$Mo = 2.$$

Mediana:

$$Md = 2.$$

Média:

$$\bar{x} = \frac{20}{5}.$$

Logo:

$$\bar{x} = 4.$$

Portanto:

$$\boxed{Mo = 2, \quad Md = 2, \quad \bar{x} = 4.}$$

59 Não existe sempre uma “melhor” medida

Atenção

Média, moda e mediana respondem perguntas diferentes.
Não existe uma medida universalmente superior.
A escolha deve depender:

- do tipo de dado;
- da distribuição;
- da presença de valores extremos;
- da pergunta que queremos responder.

60 Média ponderada

Definição 60.1: Média ponderada

Na média ponderada, cada valor possui um peso que determina sua importância relativa.

Se:

$$x_1, \dots, x_n$$

possuem pesos:

$$p_1, \dots, p_n,$$

então:

$$\bar{x}_p = \frac{x_1 p_1 + \dots + x_n p_n}{p_1 + \dots + p_n}.$$

61 Relação com a tabela de frequências

A fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

é um caso de média ponderada em que os pesos são:

as frequências.

62 Exemplo de média ponderada

Exemplo

Uma avaliação possui:

Prova 1: nota 7, peso 2,

Prova 2: nota 9, peso 3.

Determine a média ponderada.

Resolução

$$\bar{x}_p = \frac{7 \cdot 2 + 9 \cdot 3}{2 + 3}.$$

$$\bar{x}_p = \frac{14 + 27}{5}.$$

$$\bar{x}_p = \frac{41}{5}.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x}_p = 8,2.}$$

63 Média simples versus ponderada

A média simples das notas:

$$7$$

e:

$$9$$

seria:

$$8.$$

Mas, como a nota 9 possui peso maior, a média ponderada é:

$$8,2.$$

Logo:

os pesos alteram a influência de cada valor.

64 Média de dados agrupados em classes – aprofundamento

Quando possuímos apenas classes e frequências, os valores individuais foram perdidos.

Nesse caso, uma média pode ser **estimada** utilizando os pontos médios das classes.

Se:

$$m_i$$

é o ponto médio da classe e:

$$f_i$$

sua frequência, utilizamos:

$$\bar{x}_{\text{aprox}} = \frac{\sum m_i f_i}{\sum f_i}.$$

65 Por que essa média é aproximada?

Considere a classe:

$$[10, 20).$$

Seu ponto médio é:

$$15.$$

Ao utilizar o ponto médio, tratamos os dados dessa classe, para efeito do cálculo, como se estivessem concentrados em:

$$15.$$

Mas os valores reais podem ser:

$$10,2, \quad 18,7, \quad 19,5, \dots$$

Portanto:

$$\boxed{\text{a média obtida é uma estimativa.}}$$

66 Exemplo agrupado

Considere:

Classe	Ponto médio	Frequência
$[0, 10)$	5	2
$[10, 20)$	15	4
$[20, 30)$	25	2

Temos:

$$\bar{x}_{\text{aprox}} = \frac{5 \cdot 2 + 15 \cdot 4 + 25 \cdot 2}{8}.$$

Logo:

$$\bar{x}_{\text{aprox}} = \frac{10 + 60 + 50}{8}.$$

$$\bar{x}_{\text{aprox}} = \frac{120}{8}.$$

Portanto:

$$\boxed{\bar{x}_{\text{aprox}} = 15.}$$

67 Mediana e frequência acumulada

Em tabelas de frequência, a frequência acumulada ajuda a localizar a posição da mediana sem expandir toda a lista.

Considere:

Valor	Frequência	Acumulada
1	3	3
2	4	7
3	5	12
4	2	14

Temos:

$$n = 14.$$

As posições centrais são:

e:

8.

68 Localização

A posição 7 ainda pertence ao valor:

2.

A posição 8 já pertence ao valor:

3.

Logo:

$$Md = \frac{2 + 3}{2}.$$

Portanto:

$$Md = 2,5.$$

69 Moda em tabela de frequências

Na mesma tabela:

$$f_1 = 3,$$

$$f_2 = 4,$$

$$f_3 = 5,$$

$$f_4 = 2.$$

A maior frequência é:

5.

Ela corresponde ao valor:

3.

Logo:

$$\boxed{Mo = 3.}$$

70 Amplitude em tabela

Se os valores mínimos e máximos observados são:

$$1$$

e:

$$4,$$

então:

$$A = 4 - 1.$$

Logo:

$$\boxed{A = 3.}$$

71 Comparação completa de dois conjuntos

Considere:

$$A = \{4, 4, 5, 5, 5, 6, 6\}$$

e:

$$B = \{1, 3, 5, 5, 5, 7, 9\}.$$

72 Médias

Para A :

$$\bar{x}_A = \frac{35}{7} = 5.$$

Para B :

$$\bar{x}_B = \frac{35}{7} = 5.$$

Logo:

$$\bar{x}_A = \bar{x}_B = 5.$$

73 Medianas e modas

Nos dois conjuntos, o quarto valor é:

$$5.$$

Logo:

$$Md_A = Md_B = 5.$$

Também:

$$5$$

é o valor mais frequente nos dois conjuntos.

Assim:

$$Mo_A = Mo_B = 5.$$

74 Amplitudes

Para A :

$$A_A = 6 - 4 = 2.$$

Para B :

$$A_B = 9 - 1 = 8.$$

Logo:

$$A_A = 2$$

e:

$$A_B = 8.$$

Mesmo com:

$$\bar{x}, \quad Md \quad \text{e} \quad Mo$$

iguais, as dispersões são diferentes.

75 A importância do contexto

Imagine duas máquinas produzindo peças.

Ambas produzem comprimento médio:

$$10 \text{ cm.}$$

Máquina A:

$$9,9, \quad 10, \quad 10,1.$$

Máquina B:

$$8, \quad 10, \quad 12.$$

Ambas têm média:

$$10.$$

Mas a Máquina A produz valores muito mais concentrados.

Portanto, para avaliar regularidade, a média sozinha não basta.

76 Interpretação equivocada da média

Atenção

A frase:

“a média é 8”

não significa que:

- todos os valores são próximos de 8;
- a maioria dos valores é 8;
- 8 necessariamente pertence ao conjunto;
- metade dos valores está abaixo de 8.

Cada uma dessas ideias exige análise adicional.

77 Interpretação equivocada da moda

Atenção

A moda é o valor de maior frequência.

Ela não é:

o maior valor numérico.

Por exemplo:

2, 2, 3, 100

tem moda:

2.

78 Interpretação equivocada da mediana

Atenção

A mediana não pode ser determinada corretamente sem considerar a ordem dos dados.

Para:

10, 1, 4,

não devemos dizer que a mediana é 1 porque ele aparece no centro da escrita.

Primeiro ordenamos:

1, 4, 10.

Logo:

$Md = 4.$

79 Interpretação equivocada da amplitude

Atenção

Amplitude não é:

$x_{\max} + x_{\min}.$

A definição correta é:

$A = x_{\max} - x_{\min}.$

80 Estratégia geral

Notação

Ao analisar um conjunto de dados:

- 1) conte o número de observações:

$$n;$$

- 2) ordene os dados quando precisar da mediana;

- 3) para a média:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n};$$

- 4) para a moda, identifique a maior frequência;

- 5) para a mediana, localize as posições centrais;

- 6) para a amplitude:

$$A = x_{\max} - x_{\min};$$

- 7) observe a presença de valores extremos;

- 8) compare tendência central e dispersão;

- 9) escolha a medida mais adequada ao contexto;

- 10) interprete o resultado em linguagem compatível com o problema.

81 Erros comuns

Atenção

Erro 1: dividir a soma pelo número errado de observações.

Na média:

$$\bar{x} = \frac{\text{soma dos valores}}{\text{número de valores}}.$$

Atenção

Erro 2: esquecer as frequências ao calcular média em tabela.

O correto é:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}.$$

Atenção

Erro 3: achar que a moda é o maior número.

Moda significa:

maior frequência.

Atenção

Erro 4: afirmar que todo conjunto possui uma única moda.

Um conjunto pode ser:

amodal,

bimodal

ou:

multimodal.

Atenção

Erro 5: calcular a mediana sem ordenar os dados.

A ordem é indispensável.

Atenção

Erro 6: em número par de observações, escolher apenas um dos dois valores centrais.

Devemos calcular:

$$Md = \frac{\text{dois valores centrais}}{2}.$$

Atenção

Erro 7: confundir média e mediana.

São medidas diferentes e podem produzir resultados distintos.

Atenção

Erro 8: concluir que conjuntos de mesma média são semelhantes.

Eles podem possuir dispersões completamente diferentes.

Atenção

Erro 9: ignorar valores extremos.

Eles podem alterar fortemente:

a média

e:

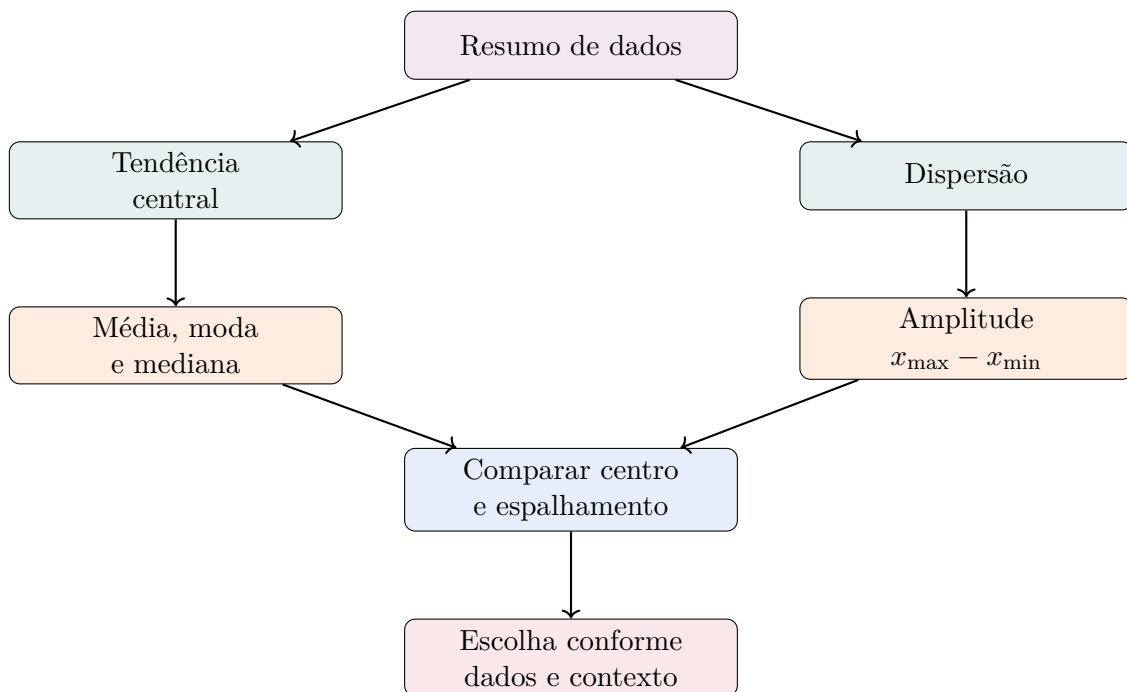
a amplitude.

Atenção

Erro 10: tratar a média calculada com pontos médios de classes como exata. Se os dados originais foram agrupados e não são conhecidos individualmente:

a média por pontos médios é uma aproximação.

82 Mapa conceitual



83 Resumo teórico

Medida	Fórmula/ideia	Uso principal
Média	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$	equilíbrio/repartição
Moda	maior frequência	valor mais frequente
Mediana	posição central	centro por ordenação
Amplitude	$x_{\max} - x_{\min}$	dispersão total

Notação

Média:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

ou:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}.$$

Com frequências:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}.$$

Mediana, para n ímpar:

$$\text{posição} = \frac{n+1}{2}.$$

Mediana, para n par:

$$Md = \frac{x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}}{2}.$$

Amplitude:

$$A = x_{\max} - x_{\min}.$$

84 Exercícios

84.1 Parte A – Média

Exercício

Calcule a média.

a)

4, 6, 8;

b)

5, 7, 8, 10;

c)

6,5, 7, 8,5, 9;

d)

12, 15, 18, 20, 25.

84.2 Parte B – Problemas inversos com média

Exercício

Determine x .

a) A média de:

6, 8, x

é 8.

b) A média de:

5, 7, 9, x

é 8.

c) Cinco valores possuem média:

12.

Quatro deles são:

8, 10, 13, 15.

Determine o quinto.

84.3 Parte C – Moda

Exercício

Determine a moda e classifique o conjunto como amodal, unimodal, bimodal ou multimodal.

a)

2, 3, 3, 4, 5;

b)

1, 2, 3, 4;

c)

2, 2, 3, 3, 4;

d)

1, 1, 2, 2, 3, 3, 4.

84.4 Parte D – Mediana

Exercício

Determine a mediana.

a)

2, 4, 6, 8, 10;

b)

3, 5, 7, 9;

c)

10, 2, 8, 4, 6;

d)

12, 1, 4, 10, 7, 6.

84.5 Parte E – Amplitude

Exercício

Determine a amplitude.

a)

4, 7, 10, 15;

b)

3,5, 7,2, 8,1, 10,6;

c)

-3, 0, 4, 9;

d) dados com:

$x_{\min} = 12,$ $x_{\max} = 43.$

84.6 Parte F – Todas as medidas

Exercício

Para cada conjunto, determine:

$\bar{x},$ $Mo,$ $Md,$ $A.$

a)

2, 3, 3, 4, 8;

b)

5, 5, 6, 7, 7, 8;

c)

10, 10, 10, 10;

d)

1, 2, 4, 5, 13.

84.7 Parte G – Tabela de frequências

Exercício

Considere:

Valor	Frequência
1	2
2	5
3	4
4	1

Determine:

- a) o número total de observações;
- b) a média;
- c) a moda;
- d) a mediana;
- e) a amplitude.

84.8 Parte H – Frequência acumulada e mediana

Exercício

Considere:

Valor	Frequência	Acumulada
2	3	3
4	5	8
6	4	12
8	2	14

Determine:

- a) n ;
- b) as posições centrais;
- c) a mediana;
- d) a moda.

84.9 Parte I – Valores extremos

Exercício

Considere:

5, 6, 7, 8, 9.

Depois substitua 9 por 50.

Para os dois conjuntos, determine:

- a) média;
- b) mediana;
- c) amplitude;
- d) qual medida central foi mais afetada pela mudança.

84.10 Parte J – Escolha da medida

Exercício

Indique a medida que tende a ser mais útil em cada situação e justifique.

- a) descobrir o tamanho de camiseta mais vendido;
- b) resumir salários em um grupo com um salário extremamente alto;
- c) calcular a nota média de uma turma;
- d) identificar a cor mais escolhida em uma pesquisa;
- e) representar o centro de preços de imóveis quando existem alguns imóveis extremamente caros.

84.11 Parte K – Média ponderada

Exercício

Calcule a média ponderada.

- a) nota 6 com peso 2 e nota 8 com peso 3;
- b) nota 7 com peso 1, nota 8 com peso 2 e nota 9 com peso 2.

84.12 Parte L – Comparação de conjuntos

Exercício

Considere:

$$A = \{8, 9, 10, 11, 12\}$$

e:

$$B = \{0, 5, 10, 15, 20\}.$$

Determine para cada conjunto:

- a) média;
- b) mediana;
- c) amplitude;
- d) qual conjunto é mais disperso segundo a amplitude.

84.13 Parte M – Dados agrupados

Exercício

Considere:

Classe	Ponto médio	Frequência
[0, 10)	5	3
[10, 20)	15	5
[20, 30)	25	2

Estime a média utilizando os pontos médios.

84.14 Parte N – Desafio

Exercício

Um conjunto de seis números possui média:

10.

Cinco deles são:

4, 7, 9, 11, 13.

- a) determine o sexto número;
- b) ordene o conjunto;

- c) determine a mediana;
- d) determine a amplitude;
- e) determine a moda, se existir.

85 Gabarito comentado

85.1 Parte A

Resolução

a)

$$\bar{x} = \frac{4 + 6 + 8}{3} = \frac{18}{3}.$$

$$\boxed{\bar{x} = 6.}$$

b)

$$\bar{x} = \frac{5 + 7 + 8 + 10}{4} = \frac{30}{4}.$$

$$\boxed{\bar{x} = 7,5.}$$

c)

$$\bar{x} = \frac{6,5 + 7 + 8,5 + 9}{4}.$$

A soma é:

$$31.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} = 7,75.}$$

d)

$$\bar{x} = \frac{12 + 15 + 18 + 20 + 25}{5}.$$

$$\bar{x} = \frac{90}{5}.$$

$$\boxed{\bar{x} = 18.}$$

85.2 Parte B

Resolução

a)

Se a média é 8:

$$\frac{6 + 8 + x}{3} = 8.$$

$$14 + x = 24.$$

Logo:

$$\boxed{x = 10.}$$

b)

$$\frac{5 + 7 + 9 + x}{4} = 8.$$

$$21 + x = 32.$$

Logo:

$$\boxed{x = 11.}$$

c)

Soma total necessária:

$$5 \cdot 12 = 60.$$

Soma conhecida:

$$8 + 10 + 13 + 15 = 46.$$

Logo:

$$x = 60 - 46.$$

$$\boxed{x = 14.}$$

85.3 Parte C

Resolução

a)

3

possui maior frequência.

Logo:

$$Mo = 3.$$

Conjunto:

unimodal.

b)

Todos possuem a mesma frequência.

Logo:

amodal.

c)

2 e 3 aparecem duas vezes.

Logo:

$$Mo = 2 \text{ e } 3.$$

Conjunto:

bimodal.

d)

1, 2 e 3 aparecem duas vezes.

Logo:

$$Mo = 1, 2, 3.$$

Conjunto:

multimodal.

85.4 Parte D

Resolução

a)

Há 5 dados.

O central é o terceiro:

$$Md = 6.$$

b)

Os centrais são:

5

e:

7.

Logo:

$$Md = \frac{5 + 7}{2}.$$

$$\boxed{Md = 6}.$$

c)

Ordenando:

2, 4, 6, 8, 10.

Logo:

$$\boxed{Md = 6}.$$

d)

Ordenando:

1, 4, 6, 7, 10, 12.

Valores centrais:

6, 7.

Logo:

$$Md = \frac{6 + 7}{2}.$$

$$\boxed{Md = 6,5}.$$

85.5 Parte E

Resolução

a)

$$A = 15 - 4.$$

$$\boxed{A = 11}.$$

b)

$$A = 10,6 - 3,5.$$

$$\boxed{A = 7,1}.$$

c)

$$A = 9 - (-3).$$

$$\boxed{A = 12}.$$

d)

$$A = 43 - 12.$$

$$\boxed{A = 31}.$$

85.6 Parte F

Resolução

a)

Dados:

$$2, 3, 3, 4, 8.$$

Média:

$$\frac{20}{5} = 4.$$

Moda:

$$3.$$

Mediana:

$$3.$$

Amplitude:

$$8 - 2 = 6.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} = 4, \quad Mo = 3, \quad Md = 3, \quad A = 6.}$$

b)

Dados:

$$5, 5, 6, 7, 7, 8.$$

Média:

$$\frac{38}{6} = \frac{19}{3} \approx 6,33.$$

Moda:

$$5 \text{ e } 7.$$

Mediana:

$$\frac{6 + 7}{2} = 6,5.$$

Amplitude:

$$8 - 5 = 3.$$

Logo:

$$\bar{x} \approx 6,33, \quad Mo = 5 \text{ e } 7, \quad Md = 6,5, \quad A = 3.$$

c)

Todos são 10.

Portanto:

$$\bar{x} = Mo = Md = 10, \quad A = 0.$$

d)

$$1, 2, 4, 5, 13.$$

Média:

$$\frac{25}{5} = 5.$$

Não há moda.

Mediana:

$$4.$$

Amplitude:

$$13 - 1 = 12.$$

Logo:

$$\bar{x} = 5, \quad \text{amodal}, \quad Md = 4, \quad A = 12.$$

85.7 Parte G

Resolução

Total:

$$n = 2 + 5 + 4 + 1.$$

$$n = 12.$$

Média:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 1}{12}.$$

$$\bar{x} = \frac{2 + 10 + 12 + 4}{12}.$$

$$\bar{x} = \frac{28}{12}.$$

$$\bar{x} = \frac{7}{3} \approx 2,33.$$

Moda:

$$Mo = 2.$$

Para $n = 12$, posições centrais:

6

e:

7.

Os valores 2 ocupam até a posição 7.

Logo:

$$Md = 2.$$

Amplitude:

$$4 - 1 = 3.$$

$$A = 3.$$

85.8 Parte H

Resolução

Total:

$$n = 14.$$

Como n é par, as posições centrais são:

7

e:

8.

A frequência acumulada mostra que:

posição 7 $\rightarrow$ 4,

posição 8 $\rightarrow$ 4.

Logo:

$$\boxed{Md = 4}.$$

A maior frequência é:

5,

correspondente ao valor:

4.

Portanto:

$$\boxed{Mo = 4}.$$

85.9 Parte I

Resolução

Primeiro conjunto:

5, 6, 7, 8, 9.

Média:

$$\frac{35}{5} = 7.$$

Mediana:

7.

Amplitude:

$$9 - 5 = 4.$$

Segundo:

5, 6, 7, 8, 50.

Média:

$$\frac{76}{5} = 15,2.$$

Mediana:

7.

Amplitude:

$$50 - 5 = 45.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} : 7 \rightarrow 15,2,}$$

$$Md : 7 \rightarrow 7,$$

$$A : 4 \rightarrow 45.$$

A medida central mais afetada foi:

a média.

85.10 Parte J

Resolução

a) tamanho mais vendido:

moda ;

b) salários com valor extremo:

mediana ;

c) nota média da turma:

média ;

d) cor mais escolhida:

moda ;

e) preços de imóveis com valores extremamente altos:

mediana .

85.11 Parte K

Resolução

a)

$$\bar{x}_p = \frac{6 \cdot 2 + 8 \cdot 3}{2 + 3}.$$

$$\bar{x}_p = \frac{12 + 24}{5}.$$

$$\bar{x}_p = 7,2.$$

b)

$$\bar{x}_p = \frac{7 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 2}{1 + 2 + 2}.$$

$$\bar{x}_p = \frac{7 + 16 + 18}{5}.$$

$$\bar{x}_p = \frac{41}{5}.$$

$$\bar{x}_p = 8,2.$$

85.12 Parte L

Resolução

Conjunto A :

8, 9, 10, 11, 12.

Média:

$$\frac{50}{5} = 10.$$

Mediana:

10.

Amplitude:

$$12 - 8 = 4.$$

Conjunto B :

0, 5, 10, 15, 20.

Média:

$$\frac{50}{5} = 10.$$

Mediana:

10.

Amplitude:

$$20 - 0 = 20.$$

Logo:

$$\bar{x}_A = \bar{x}_B = 10,$$

$$Md_A = Md_B = 10.$$

Mas:

$$A_A = 4, \quad A_B = 20.$$

Portanto:

B é mais disperso segundo a amplitude.

85.13 Parte M

Resolução

Total:

$$3 + 5 + 2 = 10.$$

Estimativa:

$$\bar{x}_{\text{aprox}} = \frac{5 \cdot 3 + 15 \cdot 5 + 25 \cdot 2}{10}.$$

$$\bar{x}_{\text{aprox}} = \frac{15 + 75 + 50}{10}.$$

$$\bar{x}_{\text{aprox}} = \frac{140}{10}.$$

Logo:

$$\bar{x}_{\text{aprox}} = 14.$$

85.14 Parte N

Resolução

Seis números com média 10 possuem soma:

$$6 \cdot 10 = 60.$$

A soma conhecida é:

$$4 + 7 + 9 + 11 + 13 = 44.$$

Logo:

$$x = 60 - 44.$$

$$x = 16.$$

Conjunto ordenado:

$$4, 7, 9, 11, 13, 16.$$

Mediana:

$$Md = \frac{9 + 11}{2}.$$

$$Md = 10.$$

Amplitude:

$$16 - 4 = 12.$$

$$A = 12.$$

Todos os valores aparecem uma vez.

Logo:

o conjunto é amodal.

86 Avaliação final

Avaliação final – Média

Resolva.

1. Defina:

- a) média;
- b) moda;
- c) mediana;
- d) amplitude.

2. Para:

4, 6, 7, 7, 11,

determine:

$\bar{x}$, Mo , Md , A .

3. Determine a mediana de:

10, 2, 8, 5, 4, 12.

4. Um conjunto possui média:

9.

Possui quatro valores:

5, 8, 10, x .

Determine x .

5. Considere:

Valor	Frequência
2	3
4	5
6	2

Determine:

- a) n ;
- b) média;
- c) moda;
- d) mediana;
- e) amplitude.

6. Explique por que a mediana tende a ser mais resistente a valores extremos do que a média.

7. Considere:

$$A = \{9, 10, 11\}$$

e:

$$B = \{0, 10, 20\}.$$

Determine:

- a) a média dos dois conjuntos;
- b) a amplitude dos dois conjuntos;
- c) qual é mais disperso.

8. Um produto teve vendas:

$$20, 24, 24, 25, 27.$$

Determine:

$$\bar{x}, \quad Mo, \quad Md, \quad A.$$

9. Uma empresa deseja informar o “salário típico” de cinco funcionários cujos salários, em milhares de reais, são:

$$2, 2, 3, 3, 40.$$

Calcule média e mediana e explique qual medida parece mais representativa do trabalhador típico.

10. Explique por que média, mediana, moda e amplitude devem ser interpretadas conjuntamente e não como medidas intercambiáveis.

86.1 Gabarito da avaliação final

Resolução

1. a) Média:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}.$$

- b) Moda: valor ou categoria com maior frequência.
- c) Mediana: posição central dos dados ordenados.

d) Amplitude:

$$A = x_{\max} - x_{\min}.$$

2. Dados:

4, 6, 7, 7, 11.

Soma:

35.

Média:

$$\bar{x} = 7.$$

Moda:

$$Mo = 7.$$

Mediana:

$$Md = 7.$$

Amplitude:

$$11 - 4 = 7.$$

$$A = 7.$$

3. Ordenando:

2, 4, 5, 8, 10, 12.

Valores centrais:

5

e:

8.

Logo:

$$Md = \frac{5 + 8}{2}.$$

$$Md = 6,5.$$

4. Média 9 com 4 valores implica soma:

$$4 \cdot 9 = 36.$$

Soma conhecida:

$$5 + 8 + 10 = 23.$$

Logo:

$$x = 36 - 23.$$

$$\boxed{x = 13.}$$

5. Total:

$$n = 3 + 5 + 2 = 10.$$

Média:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 2}{10}.$$

$$\bar{x} = \frac{6 + 20 + 12}{10}.$$

$$\boxed{\bar{x} = 3,8.}$$

Moda:

$$\boxed{Mo = 4.}$$

As posições centrais são:

$$5$$

e:

$$6.$$

Ambas correspondem ao valor:

$$4.$$

Logo:

$$\boxed{Md = 4.}$$

Amplitude:

$$6 - 2 = 4.$$

$$\boxed{A = 4.}$$

6. A média utiliza todos os valores em seu cálculo. Portanto, um valor muito distante pode alterá-la significativamente. A mediana depende principalmente das posições centrais depois da ordenação e, por isso, tende a sofrer menor influência dos extremos.

7. :

Para A :

$$\bar{x}_A = \frac{9 + 10 + 11}{3} = 10.$$

Para B :

$$\bar{x}_B = \frac{0 + 10 + 20}{3} = 10.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x}_A = \bar{x}_B = 10.}$$

Amplitudes:

$$A_A = 11 - 9 = 2,$$

$$A_B = 20 - 0 = 20.$$

Logo:

$$\boxed{B \text{ é muito mais disperso segundo a amplitude.}}$$

8. Dados:

$$20, 24, 24, 25, 27.$$

Soma:

$$120.$$

Média:

$$\boxed{\bar{x} = 24.}$$

Moda:

$$Mo = 24.$$

Mediana:

$$Md = 24.$$

Amplitude:

$$27 - 20 = 7.$$

$$A = 7.$$

9. Salários:

$$2, 2, 3, 3, 40.$$

Média:

$$\bar{x} = \frac{50}{5}.$$

$$\bar{x} = 10.$$

Mediana:

$$Md = 3.$$

Como quatro dos cinco salários estão entre:

$$2$$

e:

$$3,$$

enquanto existe um valor extremo de 40, a mediana representa melhor o centro típico dessa distribuição.

10. As medidas descrevem aspectos diferentes:

$$\text{média}$$

considera todos os valores;

$$\text{mediana}$$

descreve a posição central;

moda

identifica a maior frequência;

amplitude

mede o afastamento entre os extremos.

Portanto, elas são complementares, e não equivalentes.

87 Conclusão

Média, moda, mediana e amplitude são ferramentas fundamentais para resumir conjuntos de dados.

Entretanto, cada uma responde a uma pergunta estatística diferente.

A média é determinada por:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}.$$

Ela utiliza todos os valores e pode ser interpretada como uma repartição equilibrada do total.

A moda identifica:

o valor mais frequente.

A mediana identifica:

a posição central dos dados ordenados.

A amplitude mede:

a distância entre os extremos.

As principais conclusões são:

- 1) a média utiliza todos os valores;
- 2) a média pode não pertencer ao conjunto;
- 3) valores extremos podem alterar fortemente a média;
- 4) a moda é determinada pela frequência;
- 5) um conjunto pode ter nenhuma, uma ou várias modas;

- 6) a moda pode ser utilizada para dados qualitativos;
- 7) a mediana exige ordenação dos dados;
- 8) para número ímpar de dados há uma posição central;
- 9) para número par de dados, utiliza-se a média dos dois valores centrais;
- 10) a mediana tende a ser mais resistente a valores extremos;
- 11) a amplitude mede a diferença entre máximo e mínimo;
- 12) conjuntos com a mesma média podem possuir dispersões muito diferentes;
- 13) nenhuma medida isolada descreve completamente uma distribuição;
- 14) a escolha da medida adequada depende do contexto.

Notação

Resumo final:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Com frequências:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

Média ponderada:

$$\bar{x}_p = \frac{\sum x_i p_i}{\sum p_i}$$

Mediana para n ímpar:

$$\text{posição central} = \frac{n+1}{2}$$

Mediana para n par:

$$Md = \frac{x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}}{2}$$

Amplitude:

$$A = x_{\max} - x_{\min}.$$

Finalmente:

tendência central + dispersão $\implies$ descrição estatística mais completa.

Fim do curso