

Gráficos Estatísticos

Matemática – 8º Ano

Leitura, construção, comparação e escolha adequada de representações gráficas

Objetivos de aprendizagem

Ao final deste curso, o estudante deverá ser capaz de:

- 1) compreender a finalidade de uma representação gráfica;
- 2) distinguir dados brutos, tabelas e gráficos;
- 3) identificar título, eixos, categorias, escalas, unidades, legenda e fonte;
- 4) interpretar gráficos de barras e colunas;
- 5) interpretar gráficos de barras agrupadas;
- 6) interpretar gráficos de linhas;
- 7) interpretar gráficos de setores;
- 8) reconhecer a função de um histograma;
- 9) distinguir gráfico de barras de histograma;
- 10) relacionar frequências absolutas e relativas aos gráficos;
- 11) converter frequências relativas em porcentagens;
- 12) determinar ângulos de setores circulares;
- 13) selecionar o tipo de gráfico mais adequado a uma situação;
- 14) comparar duas ou mais séries de dados;
- 15) analisar tendências e variações temporais;
- 16) identificar máximos, mínimos e diferenças;
- 17) reconhecer escalas inadequadas ou potencialmente enganosas;
- 18) interpretar gráficos com eixo vertical truncado;
- 19) identificar representações gráficas que podem induzir a conclusões equivocadas;
- 20) justificar a escolha de um gráfico com base no tipo de variável e no objetivo da análise.

Sumário

1	Introdução	1
2	Dados estatísticos	1
3	Dados brutos	1
4	Tabela de frequências	2
5	Frequência absoluta	2
6	Frequência relativa	3
7	Frequência relativa percentual	3
8	Elementos essenciais de um gráfico	3
9	Título	4
10	Eixos	4
11	Escala	4
12	Escalas regulares	5
13	Gráfico de barras	5
14	Exemplo de gráfico de barras	5
15	Leitura do gráfico de barras	6
16	Barras horizontais	7
17	Gráfico de colunas	7
18	Gráfico de barras agrupadas	7
19	Exemplo de comparação	7
20	Gráfico de linhas	8
21	Exemplo temporal	8

22 Representação por linha	8
23 Interpretação de tendência	8
24 Quando utilizar gráfico de linhas?	9
25 Quando não utilizar linhas?	9
26 Gráfico de setores	9
27 Ângulo de um setor	10
28 Exemplo de setor	10
29 Construção de um gráfico de setores	11
30 Teorema da soma dos setores	11
31 Quando utilizar gráfico de setores?	11
32 Limitações do gráfico de setores	12
33 Gráfico de barras versus setores	12
34 Histograma	12
35 Exemplo de classes	13
36 Notação dos intervalos	13
37 Histograma de exemplo	14
38 Gráfico de barras e histograma	14
39 Por que as barras do histograma se encostam?	14
40 Pictogramas	15
41 Cuidado com pictogramas	15
42 Escolha do gráfico adequado	16
43 Tabela de escolha	16

44 Exemplo de escolha	16
45 Outro exemplo de escolha	17
46 Outro exemplo: distribuição de alturas	17
47 Leitura de máximos e mínimos	18
48 Comparação absoluta	18
49 Comparação percentual	19
50 Gráficos enganosos	19
51 Eixo vertical truncado	19
52 Exemplo de distorção	20
53 Eixo truncado é sempre errado?	20
54 Escalas desiguais	21
55 Gráficos tridimensionais	21
56 Área versus altura em representações visuais	21
57 Fonte dos dados	22
58 Importância da fonte	22
59 Gráfico sem escala	22
60 Gráfico sem unidade	22
61 Comparação entre gráficos	23
62 Exemplo completo de análise	23
63 Perguntas quantitativas	24
64 Exemplo quantitativo	24
65 Reconstruindo uma tabela a partir do gráfico	25

66 Construindo um gráfico a partir de uma tabela	25
67 Escolha da escala	25
68 Dados qualitativos	26
69 Dados quantitativos	26
70 Dados quantitativos discretos	27
71 Dados quantitativos contínuos	27
72 Adequação do gráfico ao tipo de variável	27
73 Um gráfico pode ter mais de uma escolha adequada	28
74 Análise crítica	28
75 Exemplo de análise crítica	29
76 Erros comuns	29
77 Mapa conceitual	31
78 Resumo teórico	32
79 Exercícios	33
79.1 Parte A – Elementos de um gráfico	33
79.2 Parte B – Escolha do gráfico	33
79.3 Parte C – Frequências	33
79.4 Parte D – Gráfico de setores	34
79.5 Parte E – Leitura de barras	34
79.6 Parte F – Gráfico de linhas	34
79.7 Parte G – Histogramas	35
79.8 Parte H – Análise crítica	35
79.9 Parte I – Setores	36
79.10 Parte J – Reconstrução de dados	36
79.11 Parte K – Escolha crítica	36
79.12 Parte L – Comparação de grupos	37
79.13 Parte M – Dados enganosos	37

79.14Parte N – Desafio	38
80 Gabarito comentado	38
80.1 Parte A	38
80.2 Parte B	39
80.3 Parte C	39
80.4 Parte D	40
80.5 Parte E	40
80.6 Parte F	41
80.7 Parte G	41
80.8 Parte H	42
80.9 Parte I	43
80.10Parte J	44
80.11Parte K	45
80.12Parte L	45
80.13Parte M	46
80.14Parte N	46
81 Avaliação final	47
81.1 Gabarito da avaliação final	48
82 Conclusão	50

1 Introdução

Dados estatísticos podem ser apresentados de diversas maneiras.

Uma lista como:

12, 15, 14, 18, 20, 21

contém informação, mas nem sempre permite perceber rapidamente:

- tendências;
- comparações;
- valores máximos e mínimos;
- proporções;
- mudanças ao longo do tempo.

Os gráficos transformam dados numéricos em representações visuais.

Entretanto, nem todo gráfico é igualmente adequado para qualquer conjunto de dados.

Uma das competências fundamentais da Estatística é saber:

qual representação utilizar em cada situação.

2 Dados estatísticos

Definição 2.1: Dado estatístico

Um **dado estatístico** é uma informação obtida por observação, medição, contagem ou pesquisa e utilizada em uma análise estatística.

Exemplos:

- idade de estudantes;
- altura de pessoas;
- número de livros lidos;
- meio de transporte utilizado;
- temperatura diária;
- quantidade de vendas mensais.

3 Dados brutos

Definição 3.1: Dados brutos

Chamamos de **dados brutos** os dados registrados originalmente, antes de serem organizados em tabelas, classes ou gráficos.

Por exemplo:

5, 7, 5, 8, 6, 5, 9, 7, 8, 5.

Uma organização adequada pode facilitar sua interpretação.

4 Tabela de frequências

Considere as respostas de 20 estudantes sobre seu esporte preferido:

Esporte	Frequência absoluta	Frequência relativa
Futebol	8	40%
Vôlei	5	25%
Basquete	4	20%
Natação	3	15%
Total	20	100%

Esses mesmos dados podem ser apresentados por diferentes gráficos.

5 Frequência absoluta

Definição 5.1: Frequência absoluta

A **frequência absoluta** de uma categoria é o número de vezes que ela aparece no conjunto de dados.

Se 8 estudantes escolheram futebol:

$$f_{\text{futebol}} = 8.$$

6 Frequência relativa

Definição 6.1: Frequência relativa

A **frequência relativa** é a razão entre a frequência absoluta de uma categoria e o número total de observações.

Se:

$$f_i$$

é a frequência de uma categoria e:

$$n$$

o total de observações:

$$f_{r,i} = \frac{f_i}{n}.$$

7 Frequência relativa percentual

Podemos escrever:

$$f_{r,\%} = \frac{f_i}{n} \cdot 100\%.$$

Por exemplo:

$$\frac{8}{20} \cdot 100\% = 40\%.$$

8 Elementos essenciais de um gráfico

Um gráfico estatístico bem construído deve permitir ao leitor compreender os dados sem ambiguidades.

Os elementos mais importantes são:

- 1) título;
- 2) identificação dos eixos;
- 3) unidades;
- 4) escala;
- 5) categorias ou intervalos;

- 6) legenda, quando necessária;
- 7) fonte dos dados, quando disponível.

9 Título

Definição 9.1: Título do gráfico

O título deve indicar claramente qual informação está sendo representada.

Por exemplo:

Número de livros lidos por turma em 2026

é melhor do que simplesmente:

Livros.

10 Eixos

Em muitos gráficos utilizamos dois eixos:

eixo horizontal

e:

eixo vertical.

O eixo horizontal pode representar:

- categorias;
- tempo;
- intervalos de valores.

O eixo vertical geralmente representa:

- frequência;
- quantidade;
- porcentagem;
- medida observada.

11 Escala

Definição 11.1: Escala gráfica

A escala indica como os valores numéricos são distribuídos ao longo de um eixo.

Por exemplo:

0, 10, 20, 30, 40

possui intervalo constante de:

10.

12 Escalas regulares

Em um eixo quantitativo comum, intervalos iguais no desenho devem representar diferenças numéricas iguais.

Por exemplo:

0, 5, 10, 15, 20

é uma escala regular.

Já:

0, 5, 10, 50, 55

com espaçamentos visuais iguais é inadequado se não houver indicação de quebra ou transformação de escala.

13 Gráfico de barras

Definição 13.1: Gráfico de barras

Um **gráfico de barras** representa categorias por retângulos de mesma largura, cujos comprimentos ou alturas são proporcionais aos valores representados.

As barras são:

separadas.

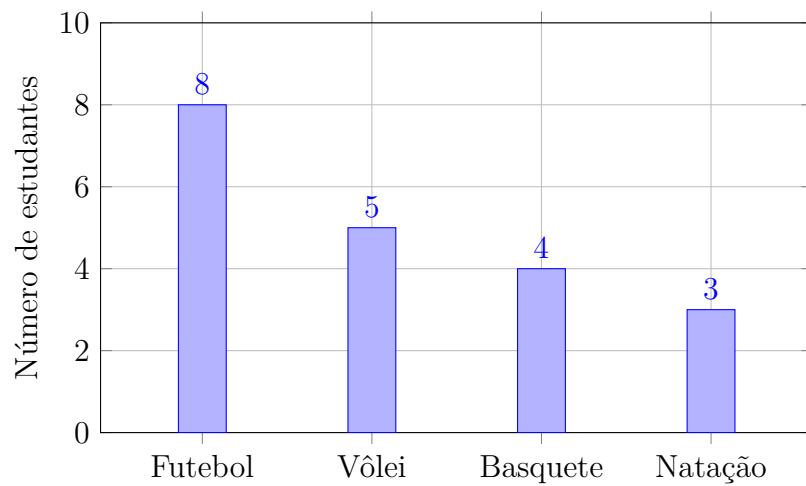
Isso destaca que as categorias são distintas.

14 Exemplo de gráfico de barras

Considere:

Esporte	Estudantes
Futebol	8
Vôlei	5
Basquete	4
Natação	3

Podemos representá-los por:



15 Leitura do gráfico de barras

No exemplo anterior:

Futebol

é a categoria mais frequente.

Sua frequência é:

8.

A menos frequente é:

Natação,

com:

3.

A diferença entre futebol e natação é:

$$8 - 3 = 5.$$

16 Barras horizontais

As barras também podem ser representadas horizontalmente.

Esse formato pode ser particularmente útil quando:

- os nomes das categorias são longos;
- existem muitas categorias;
- deseja-se facilitar a leitura dos rótulos.

17 Gráfico de colunas

Em muitos contextos escolares, chama-se **gráfico de colunas** aquele em que as barras são verticais.

Assim:

gráfico de colunas $\subset$ família dos gráficos de barras.

A diferença é principalmente de orientação.

18 Gráfico de barras agrupadas

Definição 18.1: Gráfico de barras agrupadas

Um gráfico de barras agrupadas utiliza duas ou mais barras para cada categoria, permitindo comparar diferentes grupos.

Por exemplo, podemos comparar vendas de dois produtos ao longo de vários meses.

19 Exemplo de comparação

Considere:

Mês	Produto A	Produto B
Jan	12	9
Fev	15	11
Mar	14	16
Abr	18	17

O gráfico agrupado permite comparar:

- os dois produtos em cada mês;
- a evolução de cada produto.

20 Gráfico de linhas

Definição 20.1: Gráfico de linhas

Um **gráfico de linhas** representa valores por pontos que são conectados sucessivamente por segmentos.

É especialmente útil quando existe uma ordem natural entre as observações, particularmente:

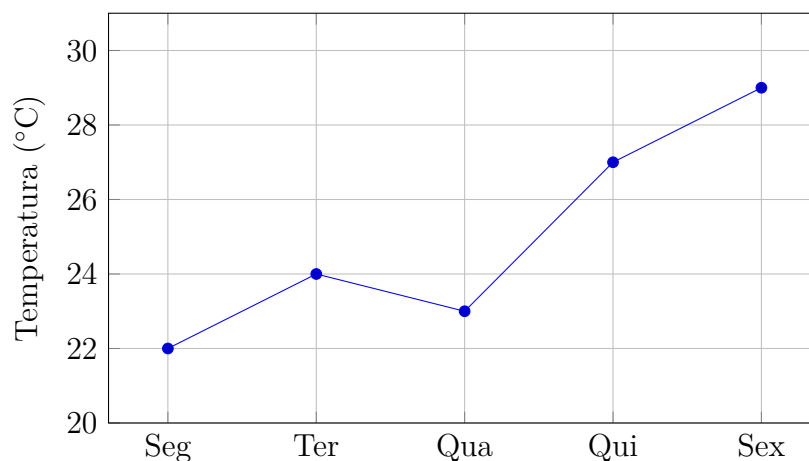
tempo.

21 Exemplo temporal

Considere a temperatura registrada ao meio-dia:

Dia	Temperatura
Seg	22°C
Ter	24°C
Qua	23°C
Qui	27°C
Sex	29°C

22 Representação por linha



23 Interpretação de tendência

Observamos:

22, 24, 23, 27, 29.

Apesar de ocorrer uma pequena queda entre terça e quarta-feira, há uma tendência geral de aumento durante o período.

Observação

Uma tendência não exige que todos os valores cresçam ou diminuam continuamente. Ela descreve um comportamento geral.

24 Quando utilizar gráfico de linhas?

Ele é particularmente adequado para:

- temperatura ao longo dos dias;
- vendas ao longo dos meses;
- população ao longo dos anos;
- velocidade ao longo do tempo;
- nível de reservatório ao longo das horas.

25 Quando não utilizar linhas?

Suponha as categorias:

maçã, banana, laranja.

Não existe necessariamente uma continuidade natural entre elas.

Nesse caso, ligar os valores por uma linha pode sugerir uma relação inexistente.

Geralmente é mais adequado utilizar:

barras.

26 Gráfico de setores

Definição 26.1: Gráfico de setores

Um **gráfico de setores**, também chamado gráfico circular, divide um círculo em setores proporcionais às frequências relativas das categorias.

A área total representa:

$$\boxed{100\%}.$$

A volta completa representa:

$$\boxed{360^\circ}.$$

27 Ângulo de um setor

Se uma categoria representa uma frequência relativa:

$$p,$$

com p escrito como número entre 0 e 1, então:

$$\boxed{\theta = 360^\circ p.}$$

Se a frequência está em porcentagem:

$$q\%,$$

então:

$$\boxed{\theta = 360^\circ \frac{q}{100}.}$$

28 Exemplo de setor

Uma categoria representa:

$$25\%$$

das observações.

Então:

$$\theta = 360^\circ \cdot 0,25.$$

Logo:

$$\boxed{\theta = 90^\circ.}$$

29 Construção de um gráfico de setores

Considere novamente:

$$40\%, \quad 25\%, \quad 20\%, \quad 15\%.$$

Os ângulos são:

$$0,40 \cdot 360^\circ = 144^\circ,$$

$$0,25 \cdot 360^\circ = 90^\circ,$$

$$0,20 \cdot 360^\circ = 72^\circ,$$

$$0,15 \cdot 360^\circ = 54^\circ.$$

Verificação:

$$144^\circ + 90^\circ + 72^\circ + 54^\circ = 360^\circ.$$

30 Teorema da soma dos setores

Teorema 30.1: Soma dos ângulos no gráfico de setores

Em um gráfico de setores corretamente construído, a soma dos ângulos centrais de todos os setores é:

$$360^\circ.$$

Analogamente:

$$\sum f_{r,i} = 1$$

ou:

$$\sum f_{r,\%,i} = 100\%.$$

31 Quando utilizar gráfico de setores?

Ele é adequado quando queremos destacar:

$$\boxed{\text{partes de um todo.}}$$

Por exemplo:

- divisão de orçamento;
- preferência entre categorias;
- composição percentual;
- participação de setores em um total.

32 Limitações do gráfico de setores

O gráfico de setores se torna pouco eficiente quando:

- há muitas categorias;
- os percentuais são muito próximos;
- queremos comparar valores ao longo do tempo;
- queremos comparar vários grupos simultaneamente.

Nesses casos, barras ou linhas podem ser superiores.

33 Gráfico de barras versus setores

Considere quatro categorias.

Se o objetivo principal for comparar precisamente os valores:

gráfico de barras

costuma ser mais fácil de interpretar.

Se o objetivo principal for mostrar a participação de cada categoria no total:

gráfico de setores

pode ser adequado.

34 Histograma

Definição 34.1: Histograma

Um **histograma** é uma representação gráfica da distribuição de frequências de dados quantitativos agrupados em intervalos ou classes.

No histograma, as barras são:

adjacentes.

Isso ocorre porque os intervalos representam partes consecutivas de uma escala numérica.

35 Exemplo de classes

Considere alturas agrupadas em:

$[150, 160)$,

$[160, 170)$,

$[170, 180)$,

$[180, 190)$.

Esses intervalos podem ser representados em um histograma.

36 Notação dos intervalos

A notação:

$[150, 160)$

significa:

$$150 \leq x < 160.$$

Assim:

150

pertence à classe, mas:

160

não pertence.

O valor 160 pertence à classe seguinte:

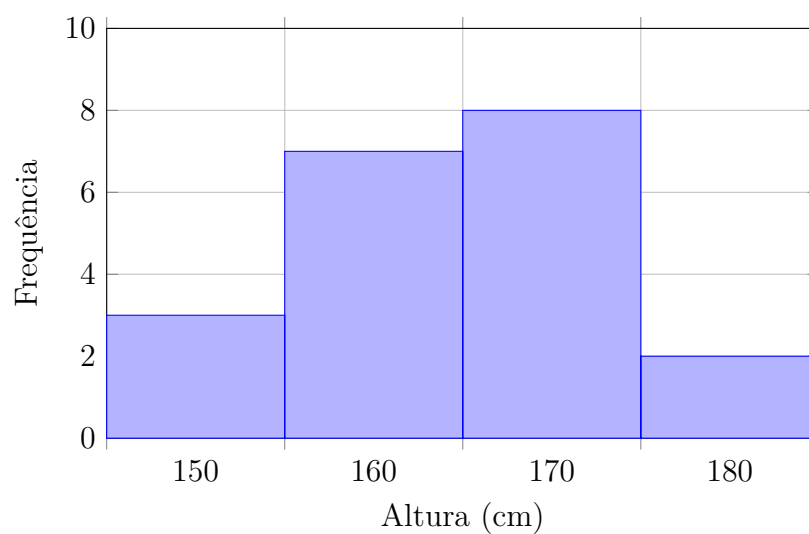
$[160, 170)$.

37 Histograma de exemplo

Considere:

Classe de altura (cm)	Frequência
$150 \leq h < 160$	3
$160 \leq h < 170$	7
$170 \leq h < 180$	8
$180 \leq h < 190$	2

Uma representação simplificada é:



38 Gráfico de barras e histograma

Embora visualmente semelhantes, eles representam situações diferentes.

	Barras	Histograma
Tipo de dado	categorias	dados quantitativos agrupados
Barras	separadas	adjacentes
Eixo horizontal	categorias	intervalos numéricos
Ordem	muitas vezes flexível	determinada pela escala

39 Por que as barras do histograma se encostam?

Considere:

$[150, 160)$,

seguido de:

$[160, 170)$.

As classes são consecutivas.

Não existe uma categoria intermediária entre elas.

Por isso, a representação contínua é feita por barras adjacentes.

40 Pictogramas

Definição 40.1: Pictograma

Um **pictograma** utiliza símbolos ou figuras para representar quantidades.

Por exemplo, se:

$\text{[símbolo]} = 10 \text{ estudantes,}$

então:

representa:

$3 \text{ [símbolo]} = 30 \text{ estudantes.}$

41 Cuidado com pictogramas

Atenção

Se um pictograma utiliza figuras de tamanhos diferentes, aumentar simultaneamente largura e altura pode causar uma percepção visual enganosa.

Se uma imagem dobra de largura e de altura, sua área visual é multiplicada por:

$$2^2 = 4.$$

Portanto, representações com figuras tridimensionais ou ampliadas podem exagerar diferenças.

42 Escolha do gráfico adequado

A escolha deve considerar:

- 1) tipo de dado;
- 2) objetivo da análise;
- 3) quantidade de categorias;
- 4) existência ou não de ordem temporal;
- 5) necessidade de comparar partes com o total;
- 6) necessidade de mostrar distribuição de valores contínuos.

43 Tabela de escolha

Gráfico	Uso típico
Barras	comparar categorias distintas
Barras agrupadas	comparar dois ou mais grupos nas mesmas categorias
Linhas	estudar evolução ou tendência ao longo do tempo
Setores	representar partes de um único total
Histograma	representar distribuição de variável quantitativa agrupada em classes
Pictograma	comunicação visual simples, desde que a escala seja clara

44 Exemplo de escolha

Exemplo

Desejamos representar a temperatura média de uma cidade em cada mês de um ano. Qual gráfico é especialmente adequado?

Resolução

Existe uma ordem temporal:

$\text{jan} \rightarrow \text{fev} \rightarrow \dots \rightarrow \text{dez}.$

Queremos observar mudanças ao longo do tempo.

Portanto, uma excelente escolha é:

gráfico de linhas.

45 Outro exemplo de escolha

Exemplo

Queremos representar a porcentagem do orçamento familiar destinada a:

moradia, alimentação, transporte, lazer.

Qual gráfico pode ser adequado?

Resolução

As categorias representam partes de um único total:

100%.

Logo, uma escolha adequada é:

gráfico de setores.

46 Outro exemplo: distribuição de alturas

Exemplo

Queremos representar a distribuição das alturas de:

200

estudantes, agrupadas em intervalos de 5 cm.

Qual gráfico é adequado?

Resolução

Altura é uma variável quantitativa.

Os valores foram agrupados em intervalos consecutivos.

Logo:

histograma.

47 Leitura de máximos e mínimos

Considere os valores:

12, 18, 15, 21, 17.

O maior valor é:

21.

O menor é:

12.

A diferença entre máximo e mínimo é:

$$21 - 12 = 9.$$

Essa diferença será posteriormente relacionada ao conceito de:

amplitude.

48 Comparação absoluta

Considere duas categorias:

$$A = 80,$$

$$B = 50.$$

A diferença absoluta é:

$$80 - 50 = 30.$$

Logo:

A supera B em 30.

49 Comparação percentual

Se queremos saber quanto 80 representa a mais em relação a 50:

$$\frac{80 - 50}{50} = \frac{30}{50} = 0,6.$$

Logo:

80 é 60% maior que 50.

Atenção

“Diferença de 30” e “aumento de 60%” são informações diferentes.

50 Gráficos enganosos

Um gráfico pode conter valores corretos e, ainda assim, transmitir uma impressão visual exagerada ou inadequada.

Devemos analisar criticamente:

- origem dos eixos;
- escala;
- intervalos;
- proporções visuais;
- unidades;
- categorias omitidas;
- período analisado.

51 Eixo vertical truncado

Considere duas quantidades:

e:

100.

A diferença real é apenas:

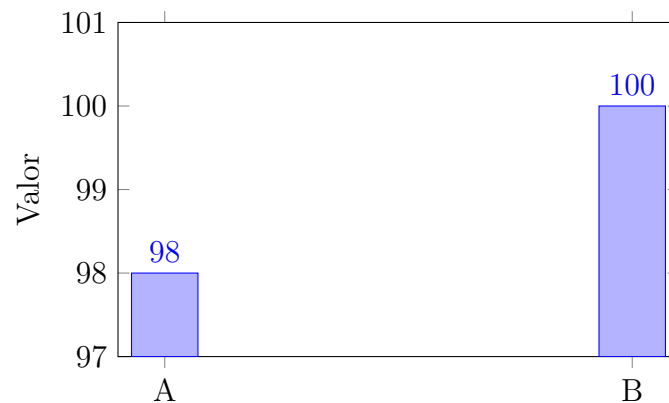
2.

Se um gráfico vertical começa em:

97

em vez de 0, visualmente a coluna de 100 pode parecer várias vezes maior.

52 Exemplo de distorção



A diferença absoluta continua sendo:

2.

O corte do eixo altera apenas a impressão visual.

53 Eixo truncado é sempre errado?

Observação

Não necessariamente.

Em algumas análises, truncar o eixo pode ajudar a observar pequenas variações.

Porém, essa escolha deve ser claramente indicada e interpretada com cuidado.

O problema ocorre quando a escala é utilizada para induzir uma percepção enganosa.

54 Escalas desiguais

Considere um eixo com marcas:

0, 10, 20, 100.

Se essas marcas aparecem visualmente igualmente espaçadas sem indicação especial, o gráfico é enganoso.

Diferenças numéricas distintas não podem ser representadas por distâncias iguais em uma escala linear comum.

55 Gráficos tridimensionais

Barras tridimensionais podem dificultar:

- comparação de alturas;
- leitura exata;
- alinhamento com a escala.

Quando não existe necessidade real de tridimensionalidade, um gráfico plano costuma ser mais preciso.

56 Área versus altura em representações visuais

Se um símbolo visual representa uma quantidade, devemos saber qual dimensão corresponde ao valor.

Por exemplo, se uma figura inteira é ampliada:

2

vezes na largura e:

2

vezes na altura, sua área cresce:

4

vezes.

Isso pode fazer uma quantidade duplicada parecer quadruplicada.

57 Fonte dos dados

Definição 57.1: Fonte

A fonte indica de onde os dados utilizados na representação foram obtidos.

Exemplos:

- pesquisa escolar;
- instituto estatístico;
- banco de dados público;
- experimento realizado em sala;
- relatório administrativo.

58 Importância da fonte

Um gráfico sem contexto pode dificultar a avaliação de:

- confiabilidade;
- período analisado;
- população estudada;
- metodologia de coleta.

Portanto, quando possível, a fonte deve acompanhar a representação.

59 Gráfico sem escala

Atenção

Um gráfico de barras sem escala numérica adequada pode permitir apenas uma comparação visual aproximada, não uma leitura quantitativa precisa. Um gráfico estatístico deve fornecer informações suficientes para que o leitor interprete os dados.

60 Gráfico sem unidade

Se um eixo apresenta:

10, 20, 30,

mas não informa se os valores representam:

R\$, kg, km, %,

a informação está incompleta.

61 Comparação entre gráficos

Considere uma mesma tabela.

Diferentes gráficos podem estar matematicamente corretos, mas enfatizar características diferentes.

Um gráfico de barras destaca:

comparação entre categorias.

Um gráfico de setores destaca:

participação no total.

A escolha correta depende da pergunta que desejamos responder.

62 Exemplo completo de análise

Considere:

Mês	Vendas A	Vendas B
Jan	40	35
Fev	42	39
Mar	45	44
Abr	50	48
Mai	52	55

Podemos observar:

- ambos apresentam tendência geral de aumento;
- A supera B entre janeiro e abril;
- B supera A em maio;
- a maior venda registrada é:

55;

- a menor é:

35.

63 Perguntas quantitativas

A leitura de um gráfico não deve limitar-se a frases como:

“subiu”

ou:

“desceu”.

Também devemos calcular:

- diferenças;
- razões;
- porcentagens;
- totais;
- médias, quando apropriado.

64 Exemplo quantitativo

Se as vendas passam de:

40

para:

50,

o aumento absoluto é:

$$50 - 40 = 10.$$

O aumento percentual em relação ao valor inicial é:

$$\frac{10}{40} \cdot 100\%.$$

Logo:

25%.

65 Reconstruindo uma tabela a partir do gráfico

Em um gráfico bem construído, podemos frequentemente recuperar uma tabela de valores. Para isso:

- 1) identifique cada categoria;
- 2) leia o valor correspondente;
- 3) registre a unidade;
- 4) verifique a escala;
- 5) organize os dados em linhas e colunas.

66 Construindo um gráfico a partir de uma tabela

O processo inverso exige:

- 1) escolher o tipo de gráfico;
- 2) definir os eixos;
- 3) escolher uma escala adequada;
- 4) marcar categorias ou intervalos;
- 5) representar os valores;
- 6) adicionar título;
- 7) adicionar legenda, se necessário;
- 8) revisar a coerência da representação.

67 Escolha da escala

Suponha que os valores variem entre:

0

e:

97.

Uma escala razoável pode ser:

0, 10, 20, ..., 100.

Seria pouco eficiente utilizar:

$0, 1, 2, \dots, 100$

em uma folha pequena.

A escala deve equilibrar:

precisão

e:

legibilidade.

68 Dados qualitativos

Definição 68.1: Variável qualitativa

Uma variável é **qualitativa** quando seus valores representam categorias ou características.

Exemplos:

cor dos olhos,

meio de transporte,

esporte preferido.

Para esse tipo de dado, gráficos de barras são frequentemente adequados.

69 Dados quantitativos

Definição 69.1: Variável quantitativa

Uma variável é **quantitativa** quando seus valores são numéricos e representam contagens ou medidas.

Exemplos:

idade,

altura,

número de irmãos,

temperatura.

70 Dados quantitativos discretos

Uma variável quantitativa é discreta quando seus valores formam, tipicamente, uma coleção de valores separados resultantes de contagem.

Exemplo:

número de irmãos = $0, 1, 2, 3, \dots$

71 Dados quantitativos contínuos

Uma variável quantitativa contínua pode assumir valores em intervalos.

Exemplos:

altura,

massa,

tempo,

temperatura.

Esses dados serão aprofundados no estudo de:

variáveis contínuas e classes.

72 Adequação do gráfico ao tipo de variável

Uma regra prática é:

Tipo de informação	Representação possível
Categorias	barras
Categorias como partes de um total	setores
Evolução temporal	linhas
Distribuição contínua agrupada	histograma
Comparação de vários grupos	barras agrupadas ou múltiplas linhas

73 Um gráfico pode ter mais de uma escolha adequada

Observação

Não existe sempre uma única resposta correta para a escolha do gráfico.
Por exemplo, proporções de quatro categorias podem ser representadas por:

barras

ou:

setores.

A questão central é:

qual gráfico comunica melhor a informação desejada?

74 Análise crítica

Ao observar um gráfico, devemos perguntar:

- 1) Qual é o título?
- 2) Qual é a fonte?
- 3) Quais são as unidades?
- 4) Qual é a escala?
- 5) O eixo começa em zero?
- 6) Se não começa, isso está claramente indicado?
- 7) O gráfico representa valores absolutos ou percentuais?
- 8) As categorias cobrem todo o conjunto?
- 9) Existe alguma categoria omitida?
- 10) A escolha visual pode exagerar ou minimizar diferenças?

75 Exemplo de análise crítica

Suponha que uma empresa apresente dois valores:

$$2025 : 95$$

e:

$$2026 : 100.$$

O aumento é:

$$5.$$

Percentualmente:

$$\frac{5}{95} \cdot 100\% \approx 5,26\%.$$

Se um gráfico utilizar eixo entre:

$$94$$

e:

$$101,$$

o crescimento poderá parecer enorme.

Portanto, devemos distinguir:

impacto visual

de:

variação matemática real.

76 Erros comuns

Atenção

Erro 1: utilizar gráfico de linhas para categorias sem ordem natural.
Ligar categorias independentes pode sugerir continuidade inexistente.

Atenção

Erro 2: construir barras com larguras diferentes sem justificativa.
Em um gráfico de barras simples, as barras devem ter largura uniforme.

Atenção

Erro 3: encostar as barras de categorias como se fossem classes contínuas.
Em gráficos de barras categóricas, é recomendável manter separação entre as barras.
No histograma:

as barras são adjacentes.

Atenção

Erro 4: esquecer título, unidade ou escala.
Um gráfico sem esses elementos pode tornar-se ambíguo.

Atenção

Erro 5: calcular incorretamente o setor circular.
Se uma categoria representa:

30%,

o ângulo não é:

30°.

É:

$0,30 \cdot 360^\circ$.

Logo:

108°.

Atenção

Erro 6: construir setores cuja soma não corresponde a 360°.
A verificação obrigatória é:

$$\sum \theta_i = 360^\circ.$$

Atenção

Erro 7: interpretar barras de um histograma como categorias independentes.
No histograma, cada barra representa um:

intervalo numérico.

Atenção

Erro 8: ignorar o eixo truncado.

Uma pequena diferença numérica pode parecer visualmente enorme.

Atenção

Erro 9: comparar apenas alturas visuais sem ler os valores da escala.

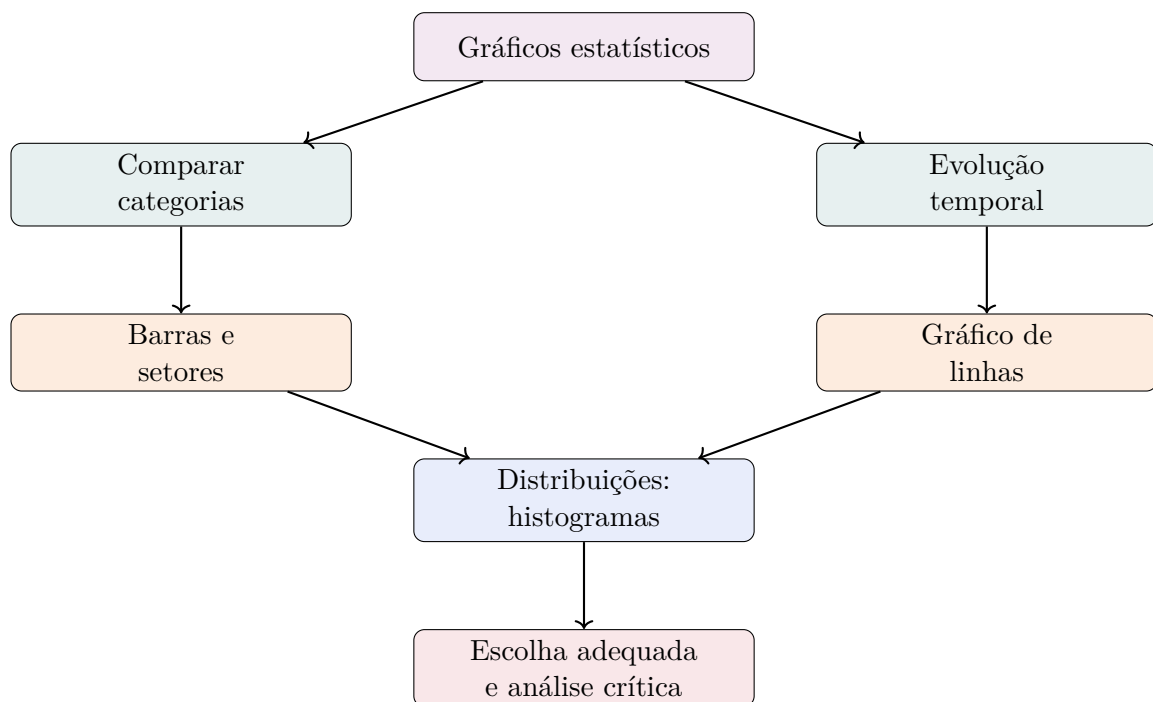
A interpretação deve sempre considerar os valores numéricos.

Atenção

Erro 10: concluir causalidade a partir de um gráfico que mostra apenas associação.

Um gráfico pode revelar que duas variáveis mudam juntas, mas isso não prova, por si só, que uma causa a outra.

77 Mapa conceitual



78 Resumo teórico

Gráfico	Principal finalidade
Barras	comparar categorias
Barras agrupadas	comparar grupos dentro das mesmas categorias
Linhas	mostrar evolução e tendência em uma sequência ordenada
Setores	representar partes de um total
Histograma	representar distribuição de dados quantitativos agrupados em classes
Pictograma	representação visual simples de quantidades

Notação

Frequência relativa:

$$f_r = \frac{f}{n}.$$

Porcentagem:

$$f_{\%} = \frac{f}{n} \cdot 100\%.$$

Ângulo de setor:

$$\theta = 360^{\circ} f_r.$$

Ou:

$$\theta = 360^{\circ} \frac{p}{100},$$

quando p é a porcentagem.

Verificações:

$$\sum f_r = 1$$

$$\sum f_{\%} = 100\%$$

$$\sum \theta = 360^{\circ}.$$

79 Exercícios

79.1 Parte A – Elementos de um gráfico

Exercício

Cite cinco elementos importantes que devem ser observados em um gráfico estatístico.

79.2 Parte B – Escolha do gráfico

Exercício

Indique um tipo de gráfico especialmente adequado para cada situação.

- a) evolução da temperatura durante sete dias;
- b) esporte preferido de 200 estudantes;
- c) distribuição percentual dos gastos de uma família;
- d) alturas de 500 pessoas agrupadas em intervalos;
- e) comparação das vendas de três produtos em quatro meses.

79.3 Parte C – Frequências

Exercício

Em uma pesquisa com:

40

estudantes, foram obtidas as seguintes preferências:

Categoria	Frequência
A	12
B	10
C	8
D	6
E	4

Determine:

- a) a frequência relativa de cada categoria;
- b) a porcentagem de cada categoria;
- c) verifique que a soma das porcentagens é 100%.

79.4 Parte D – Gráfico de setores

Exercício

Utilizando os dados da questão anterior, determine o ângulo central correspondente a cada categoria.

79.5 Parte E – Leitura de barras

Exercício

As vendas de uma loja durante cinco meses foram:

120, 150, 135, 180, 195.

Determine:

- a) o maior valor;
- b) o menor valor;
- c) a diferença entre maior e menor;
- d) o aumento entre o primeiro e o último mês;
- e) o aumento percentual entre o primeiro e o último mês.

79.6 Parte F – Gráfico de linhas

Exercício

A temperatura média registrada em cinco dias foi:

20°, 22°, 21°, 25°, 27°.

Responda:

- a) em quais dias houve aumento em relação ao dia anterior?
- b) em qual intervalo houve queda?
- c) qual foi a variação entre o primeiro e o último dia?
- d) existe uma tendência geral? Explique.

79.7 Parte G – Histogramas

Exercício

Considere as classes:

$[0, 10)$,

$[10, 20)$,

$[20, 30)$,

$[30, 40)$.

Responda:

- a) em qual classe pertence o valor 0?
- b) em qual classe pertence o valor 10?
- c) em qual classe pertence o valor 29,9?
- d) qual é a principal diferença visual entre um histograma e um gráfico de barras categórico?

79.8 Parte H – Análise crítica

Exercício

Um gráfico compara valores:

98

e:

100.

O eixo vertical começa em:

97.

Explique por que o gráfico pode produzir uma impressão exagerada da diferença.

79.9 Parte I – Setores

Exercício

Determine o ângulo central correspondente a:

- a) 10%;
- b) 20%;
- c) 25%;
- d) 35%.

Depois verifique a soma.

79.10 Parte J – Reconstrução de dados

Exercício

Um gráfico de setores possui quatro categorias com ângulos:

72° ,

108° ,

90° ,

90° .

Determine a porcentagem correspondente a cada categoria.

79.11 Parte K – Escolha crítica

Exercício

Explique por que um gráfico de linhas não é, em geral, a melhor escolha para representar:

azul, verde, vermelho, amarelo
como categorias de cor preferida.

79.12 Parte L – Comparação de grupos

Exercício

Duas turmas obtiveram os seguintes números de livros lidos:

Mês	Turma A	Turma B
Mar	20	18
Abr	24	25
Mai	30	27
Jun	28	32

Responda:

- a) em quais meses A superou B?
- b) em quais meses B superou A?
- c) qual turma apresentou o maior valor individual?
- d) qual tipo de gráfico poderia comparar adequadamente esses dados?

79.13 Parte M – Dados enganosos

Exercício

Uma empresa teve faturamento de:

R\$ 1 000 000

em um ano e:

R\$ 1 020 000

no ano seguinte.

- a) determine o aumento absoluto;
- b) determine o aumento percentual;
- c) explique por que uma representação que faça a segunda barra parecer duas vezes maior seria inadequada.

79.14 Parte N – Desafio

Exercício

Uma pesquisa possui três categorias:

A , B , C .

O gráfico de setores informa:

$$A = 144^\circ,$$

$$B = 90^\circ.$$

Determine:

- a) o ângulo do setor C ;
- b) a porcentagem de cada categoria;
- c) se a pesquisa teve 200 pessoas, quantas escolheram cada categoria?

80 Gabarito comentado

80.1 Parte A

Resolução

Podemos citar, entre outros:

título

eixos

escala

unidades

legenda

e:

fonte.

80.2 Parte B

Resolução

a) evolução temporal:

gráfico de linhas ;

b) categorias:

gráfico de barras ;

c) partes de um total:

gráfico de setores ;

d) distribuição quantitativa em intervalos:

histograma ;

e) comparação de vários grupos:

barras agrupadas

ou linhas, dependendo do objetivo.

80.3 Parte C

Resolução

Total:

$$n = 40.$$

Categoria A:

$$\frac{12}{40} = 0,30 = 30\%.$$

Categoria B:

$$\frac{10}{40} = 0,25 = 25\%.$$

Categoria C:

$$\frac{8}{40} = 0,20 = 20\%.$$

Categoria D:

$$\frac{6}{40} = 0,15 = 15\%.$$

Categoria E:

$$\frac{4}{40} = 0,10 = 10\%.$$

Logo:

$$30\% + 25\% + 20\% + 15\% + 10\% = 100\%.$$

80.4 Parte D

Resolução

A:

$$0,30 \cdot 360^\circ = \boxed{108^\circ}.$$

B:

$$0,25 \cdot 360^\circ = \boxed{90^\circ}.$$

C:

$$0,20 \cdot 360^\circ = \boxed{72^\circ}.$$

D:

$$0,15 \cdot 360^\circ = \boxed{54^\circ}.$$

E:

$$0,10 \cdot 360^\circ = \boxed{36^\circ}.$$

Verificando:

$$108 + 90 + 72 + 54 + 36 = 360.$$

80.5 Parte E

Resolução

Valores:

$$120, \quad 150, \quad 135, \quad 180, \quad 195.$$

Maior:

$$\boxed{195}.$$

Menor:

$$\boxed{120}.$$

Diferença:

$$195 - 120 = \boxed{75}.$$

Aumento entre primeiro e último:

$$\boxed{75}.$$

Aumento percentual:

$$\frac{75}{120} \cdot 100\%.$$

$$0,625 \cdot 100\% = \boxed{62,5\%}.$$

80.6 Parte F

Resolução

Dados:

$$20, \quad 22, \quad 21, \quad 25, \quad 27.$$

Houve aumento:

$$20 \rightarrow 22,$$

$$21 \rightarrow 25,$$

$$25 \rightarrow 27.$$

Houve queda em:

$$22 \rightarrow 21.$$

Variação entre primeiro e último:

$$27 - 20 = 7.$$

Logo:

$$\boxed{7^\circ\text{C}}.$$

Apesar de uma queda intermediária, há uma tendência geral de aumento.

80.7 Parte G

Resolução

$$0 \in [0, 10).$$

Logo:

$$[0, 10).$$

Como o limite direito é aberto:

$$10 \notin [0, 10).$$

Mas:

$$10 \in [10, 20).$$

Logo:

$$[10, 20).$$

Temos:

$$20 \leq 29,9 < 30.$$

Logo:

$$[20, 30).$$

No gráfico de barras categórico, as barras são normalmente separadas.

No histograma:

as barras são adjacentes.

80.8 Parte H

Resolução

Os valores diferem apenas por:

$$100 - 98 = 2.$$

Se o eixo começa em:

$$97,$$

a parte visível das barras representa apenas:

$$1$$

unidade para 98 e:

$$3$$

unidades para 100.

Visualmente, a segunda barra pode parecer três vezes maior, embora os valores reais sejam muito próximos.

Logo, devemos analisar:

a escala numérica e não apenas a altura visual.

80.9 Parte I

Resolução

$$10\% : 0,10 \cdot 360^\circ = \boxed{36^\circ}.$$

$$20\% : 0,20 \cdot 360^\circ = \boxed{72^\circ}.$$

$$25\% : 0,25 \cdot 360^\circ = \boxed{90^\circ}.$$

$$35\% : 0,35 \cdot 360^\circ = \boxed{126^\circ}.$$

Soma:

$$36 + 72 + 90 + 126 = 324.$$

As porcentagens somam:

$$90\%.$$

Logo, ainda falta:

$$10\%$$

ou:

$$36^\circ$$

para completar o círculo.

80.10 Parte J

Resolução

Utilizamos:

$$p = \frac{\theta}{360^\circ}.$$

Primeiro:

$$\frac{72}{360} = 0,20.$$

Logo:

$$\boxed{20\%}.$$

Segundo:

$$\frac{108}{360} = 0,30.$$

Logo:

$$\boxed{30\%}.$$

Terceiro:

$$\frac{90}{360} = 0,25.$$

Logo:

$$\boxed{25\%}.$$

Quarto:

$$\boxed{25\%}.$$

Verificação:

$$20 + 30 + 25 + 25 = 100.$$

80.11 Parte K

Resolução

As cores são categorias sem uma sequência quantitativa ou temporal natural. Ligar os valores por segmentos poderia sugerir uma continuidade entre:

azul $\rightarrow$ verde $\rightarrow$ vermelho

que não possui significado estatístico necessário.

Uma representação mais apropriada é:

$\boxed{\text{gráfico de barras.}}$

80.12 Parte L

Resolução

Turma A supera B:

$\boxed{\text{março e maio.}}$

Turma B supera A:

$\boxed{\text{abril e junho.}}$

Maior valor individual:

32,

da Turma B em junho.

Logo:

$\boxed{\text{Turma B.}}$

Uma representação adequada é:

gráfico de barras agrupadas

ou um gráfico de duas linhas para destacar evolução temporal.

80.13 Parte M

Resolução

Aumento absoluto:

$$1\,020\,000 - 1\,000\,000 = \boxed{20\,000}.$$

Aumento percentual:

$$\frac{20\,000}{1\,000\,000} \cdot 100\%.$$

$$0,02 \cdot 100\% = \boxed{2\%}.$$

Uma segunda barra visualmente duas vezes maior sugeriria aumento próximo de:

$$100\%,$$

o que seria incompatível com o crescimento real de apenas:

$$2\%.$$

80.14 Parte N

Resolução

Soma conhecida:

$$144^\circ + 90^\circ = 234^\circ.$$

Logo:

$$\theta_C = 360^\circ - 234^\circ.$$

$$\boxed{\theta_C = 126^\circ}.$$

Categoria A:

$$\frac{144}{360} = 0,40 = \boxed{40\%}.$$

Categoria B:

$$\frac{90}{360} = 0,25 = \boxed{25\%}.$$

Categoria C:

$$\frac{126}{360} = 0,35 = \boxed{35\%}.$$

Em uma pesquisa com:

200

pessoas:

$$A : \quad 0,40 \cdot 200 = \boxed{80}.$$

$$B : \quad 0,25 \cdot 200 = \boxed{50}.$$

$$C : \quad 0,35 \cdot 200 = \boxed{70}.$$

Verificação:

$$80 + 50 + 70 = 200.$$

81 Avaliação final

Avaliação final – Gráficos estatísticos

Resolva.

1. Explique a função de um gráfico estatístico.
2. Cite cinco elementos que devem ser analisados na leitura de um gráfico.
3. Qual gráfico é especialmente adequado para mostrar a evolução das vendas mensais de uma empresa durante três anos?
4. Qual gráfico é adequado para representar partes percentuais de um único total?
5. Qual é a principal diferença entre um gráfico de barras e um histograma?
6. Uma categoria corresponde a:

35%

de um gráfico de setores.

Determine o ângulo central correspondente.

7. Uma turma com:

40

estudantes apresenta:

14

estudantes na categoria A.

Determine:

- a) a frequência relativa;
- b) a porcentagem;
- c) o ângulo correspondente em um gráfico de setores.

8. Um gráfico apresenta valores:

96

e:

100,

mas o eixo vertical começa em 95.

Explique qual cuidado deve ser tomado na interpretação.

9. Determine o tipo de gráfico mais adequado para representar alturas de pessoas agrupadas em:

[150, 160), [160, 170), [170, 180), [180, 190).

10. As vendas de um produto passaram de:

200

unidades para:

250

unidades.

Determine:

- a) o aumento absoluto;
- b) o aumento percentual.

81.1 Gabarito da avaliação final

Resolução

1. Um gráfico estatístico organiza visualmente dados, facilitando comparações, identificação de padrões, tendências, máximos, mínimos e proporções.
2. Entre os elementos:

título,

eixos,

escala,

unidades,

legenda

e:

fonte.

3. Como existe evolução ao longo do tempo:

gráfico de linhas.

4. Para partes de um total:

gráfico de setores.

5. No gráfico de barras, normalmente representamos categorias distintas e as barras são separadas.

No histograma, representamos intervalos consecutivos de uma variável quantitativa e as barras são adjacentes.

6. :

$$\theta = 0,35 \cdot 360^\circ.$$

Logo:

$$\theta = 126^\circ.$$

7. :

a)

$$f_r = \frac{14}{40}.$$

$$f_r = \boxed{0,35}.$$

b)

$$\boxed{35\%}.$$

c)

$$0,35 \cdot 360^\circ = \boxed{126^\circ}.$$

8. A diferença real é:

$$100 - 96 = 4.$$

Como o eixo começa em 95, a diferença visual entre as barras pode parecer muito maior do que a diferença proporcional real.

Devemos interpretar os valores da escala e não apenas o tamanho visual das barras.

9. Como os dados quantitativos estão agrupados em intervalos:

histograma.

10. :

a)

$$250 - 200 = 50.$$

b)

$$\frac{50}{200} \cdot 100\% = 25\%.$$

Logo:

25%.

82 Conclusão

Gráficos estatísticos são ferramentas fundamentais para organizar e comunicar informações quantitativas e qualitativas.

Entretanto, construir ou interpretar um gráfico não significa apenas observar formas visuais.

É necessário analisar:

os dados,

a escala,

a unidade,

o tipo de variável

e:

o objetivo da representação.

As principais conclusões são:

- 1) gráficos de barras são adequados para comparar categorias;
- 2) gráficos de linhas são especialmente úteis para evolução temporal;
- 3) gráficos de setores representam partes de um total;
- 4) histogramas representam distribuições quantitativas agrupadas em intervalos;
- 5) a frequência relativa é:

$$f_r = \frac{f}{n};$$

- 6) a frequência percentual é:

$$\frac{f}{n} \cdot 100\%;$$

- 7) em gráficos de setores:

$$\theta = 360^\circ f_r;$$

- 8) a soma das porcentagens deve ser:

$$100\%;$$

- 9) a soma dos ângulos dos setores deve ser:

$$360^\circ;$$

- 10) a escolha da escala pode alterar fortemente a impressão visual;

- 11) um gráfico deve ser avaliado criticamente antes de qualquer conclusão.

Notação

Resumo final:

$$f_r = \frac{f}{n}$$

$$f_{\%} = 100 \frac{f}{n}$$

$$\theta = 360^\circ \frac{f}{n}$$

e:

$$\sum f_r = 1, \quad \sum f_{\%} = 100\%, \quad \sum \theta = 360^\circ.$$

Escolha típica:

categorias $\Rightarrow$ barras

tempo $\Rightarrow$ linhas

partes de um total $\Rightarrow$ setores

dados contínuos agrupados $\Rightarrow$ histograma.

Finalmente:

um bom gráfico deve representar os dados com clareza, precisão e proporcionalidade.

Fim do curso