

Expressões Algébricas e Valor Numérico

Matemática – 8º Ano

Curso completo com definições, propriedades, exemplos, problemas e exercícios

Objetivos de aprendizagem

Ao final deste curso, o estudante deverá ser capaz de:

- 1) compreender a linguagem algébrica como generalização da linguagem numérica;
- 2) distinguir constante, variável, incógnita e parâmetro em situações simples;
- 3) identificar termos, coeficientes e partes literais de uma expressão;
- 4) reconhecer termos semelhantes;
- 5) reduzir expressões algébricas por meio da adição e subtração de termos semelhantes;
- 6) aplicar as propriedades comutativa, associativa e distributiva;
- 7) interpretar expressões algébricas em situações contextualizadas;
- 8) escrever expressões algébricas a partir de frases e problemas;
- 9) substituir corretamente valores numéricos em expressões;
- 10) calcular o valor numérico de expressões algébricas;
- 11) respeitar a ordem das operações;
- 12) analisar expressões equivalentes;
- 13) resolver problemas envolvendo fórmulas e relações entre grandezas.

Sumário

1	Introdução à Álgebra	1
2	Expressão numérica e expressão algébrica	2
3	Variável	3
4	Incógnita	3

5	Constante	4
6	Termos algébricos	4
7	Coeficiente e parte literal	5
8	Monômio	6
9	Termos semelhantes	7
10	Redução de termos semelhantes	8
11	Propriedade comutativa	9
12	Propriedade associativa	10
13	Propriedade distributiva	10
14	Distributiva com número negativo	11
15	Eliminação de parênteses precedidos por sinal	12
16	Simplificação de expressões	13
17	Expressões algébricas equivalentes	15
18	Tradução da linguagem verbal para a algébrica	16
19	Construção de expressões a partir de situações	17
20	Valor numérico de uma expressão	18
21	Valor numérico com uma variável	18
22	Substituição de valores negativos	19
23	Valor numérico com duas variáveis	20
24	Ordem das operações	22
25	Valor numérico de expressões fracionárias	23
26	Expressões e fórmulas geométricas	24

26.1	Perímetro do quadrado	24
26.2	Área do quadrado	24
26.3	Perímetro do retângulo	24
26.4	Área do retângulo	25
27	Expressões em sequências	25
28	Valor numérico e tabelas	26
29	Problemas contextualizados	26
30	Problemas com idade	27
31	Problemas de movimento	28
32	Problemas de custo	29
33	Expressões com potências	29
34	Verificação de equivalência por valor numérico	30
35	Erros comuns	31
36	Mapa conceitual	33
37	Resumo teórico	33
38	Exercícios	34
38.1	Parte A – Identificação dos elementos	34
38.2	Parte B – Termos semelhantes	35
38.3	Parte C – Redução de termos semelhantes	35
38.4	Parte D – Propriedade distributiva	35
38.5	Parte E – Simplificação completa	36
38.6	Parte F – Linguagem algébrica	36
38.7	Parte G – Valor numérico	37
38.8	Parte H – Duas variáveis	37
38.9	Parte I – Problemas	37
39	Gabarito comentado	38
39.1	Parte A	38

39.2 Parte B	38
39.3 Parte C	39
39.4 Parte D	39
39.5 Parte E	40
39.6 Parte F	40
39.7 Parte G	41
39.8 Parte H	41
39.9 Parte I	42
40 Avaliação final	43
40.1 Gabarito da avaliação final	44
41 Conclusão	46

1 Introdução à Álgebra

A Aritmética trabalha principalmente com números conhecidos. A Álgebra amplia essa linguagem utilizando letras, símbolos e expressões para representar números desconhecidos, variáveis e relações gerais.

Considere a soma:

$$5 + 5 + 5.$$

Podemos escrever:

$$3 \cdot 5.$$

Agora suponha que não saibamos qual número está sendo repetido. Podemos representá-lo pela letra x :

$$x + x + x.$$

Essa expressão pode ser simplificada para:

$$3x.$$

A letra permite representar qualquer valor compatível com o problema.

Observação

A Álgebra não substitui a Aritmética. Ela generaliza propriedades aritméticas e permite representar padrões, relações e situações desconhecidas.

Exemplo

Se uma caneta custa x reais, então:

- uma caneta custa x ;
- duas canetas custam $2x$;
- cinco canetas custam $5x$;
- n canetas custam nx .

2 Expressão numérica e expressão algébrica

Definição 2.1: Expressão numérica

Uma **expressão numérica** é uma sequência de números ligados por operações matemáticas.

Por exemplo:

$$5 + 3 \cdot 2,$$

$$\frac{12 - 4}{2},$$

$$3^2 + 7.$$

Definição 2.2: Expressão algébrica

Uma **expressão algébrica** é uma expressão matemática formada por números, letras e operações.

As letras representam números cujo valor pode variar ou ainda não foi especificado.

Exemplo

São expressões algébricas:

$$2x + 3,$$

$$5a - 7,$$

$$x^2 + 2x + 1,$$

$$\frac{3y + 2}{5}.$$

Observação

Uma expressão algébrica não precisa conter sinal de igualdade.

Por exemplo:

$$3x + 5$$

é uma expressão algébrica.

Já:

$$3x + 5 = 20$$

é uma equação.

3 Variável

Definição 3.1: Variável

Uma **variável** é uma letra ou símbolo utilizado para representar um número cujo valor pode variar.

Exemplo

Na expressão:

$$2x + 5,$$

a letra:

$$x$$

é uma variável.

Exemplo

A fórmula da área de um retângulo é:

$$A = bh,$$

em que:

$$b = \text{base}$$

e

$$h = \text{altura}.$$

As letras b e h podem assumir diferentes valores, portanto representam variáveis.

4 Incógnita

Definição 4.1: Incógnita

Uma **incógnita** é uma letra utilizada para representar um valor desconhecido que se deseja determinar em uma equação ou problema.

Exemplo

Na equação:

$$x + 7 = 15,$$

a letra x representa uma incógnita.

Seu valor é:

$$x = 8.$$

Observação

A mesma letra pode atuar como variável ou incógnita dependendo do contexto.
Em:

$$y = 2x + 1,$$

x pode variar.

Em:

$$2x + 1 = 9,$$

x representa uma incógnita que queremos descobrir.

5 Constante

Definição 5.1: Constante

Uma **constante** é um valor que permanece fixo dentro de uma expressão ou situação matemática.

Exemplo

Na expressão:

$$3x + 7,$$

os números 3 e 7 são constantes.

A letra x é a variável.

6 Termos algébricos

Definição 6.1: Termo algébrico

Um **termo algébrico** é cada uma das parcelas de uma expressão separadas pelos sinais de adição ou subtração.

Exemplo

Na expressão:

$$4x + 3y - 7,$$

os termos são:

$$4x, \quad 3y, \quad -7.$$

Exemplo

Na expressão:

$$5x^2 - 2x + 9,$$

os termos são:

$$5x^2, \quad -2x, \quad 9.$$

Atenção

O sinal que aparece antes de um termo faz parte desse termo.

Assim, em:

$$7x - 4y + 2,$$

o segundo termo é:

$$-4y,$$

e não simplesmente $4y$.

7 Coeficiente e parte literal

Definição 7.1: Coeficiente

O **coeficiente** de um termo algébrico é o fator numérico que multiplica sua parte literal.

Definição 7.2: Parte literal

A **parte literal** de um termo é a parte formada pelas letras e seus respectivos expoentes.

Exemplo

No termo:

$$7x^2,$$

temos:

$$\boxed{\text{coeficiente} = 7}$$

e:

$$\boxed{\text{parte literal} = x^2}.$$

Exemplo

No termo:

$$-3ab^2,$$

temos:

$$\text{coeficiente} = -3$$

e:

$$\text{parte literal} = ab^2.$$

Observação

Quando não aparece explicitamente um número antes da letra, o coeficiente é 1. Assim:

$$x = 1x.$$

E:

$$-x = -1x.$$

8 Monômio

Definição 8.1: Monômio

Um **monômio** é uma expressão algébrica formada por um único termo.

Exemplo

São monômios:

$$3x,$$

$$-5a^2,$$

$$7xy,$$

$$12.$$

Observação

O estudo formal de monômios e polinômios será aprofundado posteriormente. Aqui, essa linguagem é utilizada principalmente para compreender a estrutura das expressões.

9 Termos semelhantes

Definição 9.1: Termos semelhantes

Dois ou mais termos são chamados de **termos semelhantes** quando possuem exatamente a mesma parte literal, incluindo os mesmos expoentes.

Exemplo

Os termos:

$$3x, \quad 7x, \quad -2x$$

são semelhantes.

Exemplo

Os termos:

$$5x^2, \quad -3x^2, \quad 11x^2$$

são semelhantes.

Exemplo

Os termos:

$$4xy$$

e

$$9xy$$

são semelhantes.

Atenção

Os termos:

$$3x$$

e

$$3x^2$$

não são semelhantes.

Também não são semelhantes:

$$2x$$

e

$$2y.$$

10 Redução de termos semelhantes

Teorema 10.1: Adição de termos semelhantes

Para adicionar termos semelhantes, adicionamos seus coeficientes e mantemos a parte literal.

Assim:

$$ax + bx = (a + b)x.$$

Exemplo

Simplifique:

$$3x + 5x.$$

Resolução

Os dois termos possuem parte literal x .

Somamos os coeficientes:

$$3 + 5 = 8.$$

Logo:

$$\boxed{3x + 5x = 8x.}$$

Exemplo

Simplifique:

$$7a - 2a.$$

Resolução

Temos:

$$7a - 2a = (7 - 2)a.$$

Portanto:

$$\boxed{7a - 2a = 5a.}$$

Exemplo

Simplifique:

$$4x^2 + 3x - 2x^2 + 5x.$$

Resolução

Agrupamos termos semelhantes:

$$(4x^2 - 2x^2) + (3x + 5x).$$

Calculando:

$$2x^2 + 8x.$$

Logo:

$$4x^2 + 3x - 2x^2 + 5x = 2x^2 + 8x.$$

Atenção

Não podemos adicionar termos que não são semelhantes.
Por exemplo:

$$3x + 4y$$

não pode ser simplificado para:

$$7xy$$

nem para:

$$7x.$$

A expressão já está reduzida.

11 Propriedade comutativa

Teorema 11.1: Propriedade comutativa da adição

Para quaisquer números reais a e b ,

$$a + b = b + a.$$

Exemplo

$$3x + 5y = 5y + 3x.$$

Teorema 11.2: Propriedade comutativa da multiplicação

Para quaisquer números reais a e b ,

$$ab = ba.$$

Exemplo

$$3xy = 3yx.$$

12 Propriedade associativa

Teorema 12.1: Propriedade associativa da adição

Para quaisquer números reais a, b, c ,

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Teorema 12.2: Propriedade associativa da multiplicação

Para quaisquer números reais a, b, c ,

$$(ab)c = a(bc).$$

Exemplo

$$(2x + 3x) + 5x = 2x + (3x + 5x).$$

Ambas as expressões resultam em:

$$10x.$$

13 Propriedade distributiva

A propriedade distributiva é uma das ferramentas mais importantes da Álgebra.

Teorema 13.1: Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição

Para quaisquer números reais a, b, c ,

$$a(b + c) = ab + ac.$$

Exemplo

$$3(x + 5) = 3x + 15.$$

Exemplo

$$4(2x + 3) = 8x + 12.$$

Teorema 13.2: Propriedade distributiva em relação à subtração

Para quaisquer números reais a, b, c ,

$$a(b - c) = ab - ac.$$

Exemplo

$$5(x - 2) = 5x - 10.$$

14 Distributiva com número negativo

Exemplo

Simplifique:

$$-3(x + 4).$$

Resolução

Aplicamos a distributiva:

$$-3 \cdot x + (-3) \cdot 4.$$

Logo:

$$-3x - 12.$$

Portanto:

$$\boxed{-3(x + 4) = -3x - 12.}$$

Exemplo

Simplifique:

$$-2(x - 5).$$

Resolução

Aplicando a distributiva:

$$-2 \cdot x + (-2) \cdot (-5).$$

Temos:

$$-2x + 10.$$

Logo:

$$\boxed{-2(x - 5) = -2x + 10.}$$

Atenção

Um dos erros mais frequentes é esquecer de multiplicar todos os termos dentro dos parênteses.

Errado:

$$3(x + 4) = 3x + 4.$$

Correto:

$$\boxed{3(x + 4) = 3x + 12.}$$

15 Eliminação de parênteses precedidos por sinal

Teorema 15.1: Parênteses precedidos por sinal positivo

Se uma expressão entre parênteses é precedida pelo sinal +, seus termos podem ser mantidos:

$$+(a + b) = a + b.$$

Da mesma forma:

$$+(a - b) = a - b.$$

Teorema 15.2: Parênteses precedidos por sinal negativo

Se uma expressão entre parênteses é precedida pelo sinal -, os sinais dos termos internos são trocados:

$$-(a + b) = -a - b,$$

e:

$$-(a - b) = -a + b.$$

Exemplo

Simplifique:

$$8x - (3x + 5).$$

Resolução

Eliminando os parênteses:

$$8x - 3x - 5.$$

Reduzindo termos semelhantes:

$$5x - 5.$$

Logo:

$$\boxed{8x - (3x + 5) = 5x - 5.}$$

Exemplo

Simplifique:

$$4a - (2a - 7).$$

Resolução

Trocamos os sinais:

$$4a - 2a + 7.$$

Logo:

$$\boxed{2a + 7.}$$

16 Simplificação de expressões

Definição 16.1: Expressão simplificada

Simplificar uma expressão algébrica significa transformá-la em outra expressão equivalente, geralmente mais curta e organizada, utilizando propriedades das operações.

Exemplo

Simplifique:

$$3x + 7 + 5x - 2.$$

Resolução

Agrupamos termos semelhantes:

$$3x + 5x + 7 - 2.$$

Então:

$$8x + 5.$$

Logo:

$$\boxed{3x + 7 + 5x - 2 = 8x + 5.}$$

Exemplo

Simplifique:

$$2(x + 3) + 5x.$$

Resolução

Aplicamos a distributiva:

$$2x + 6 + 5x.$$

Agrupamos termos semelhantes:

$$7x + 6.$$

Logo:

$$\boxed{2(x + 3) + 5x = 7x + 6.}$$

Exemplo

Simplifique:

$$4(2x - 3) - 3(x + 2).$$

Resolução

Aplicando a distributiva:

$$8x - 12 - 3x - 6.$$

Agrupando:

$$(8x - 3x) + (-12 - 6).$$

Logo:

$$\boxed{5x - 18.}$$

17 Expressões algébricas equivalentes

Definição 17.1: Expressões algébricas equivalentes

Duas expressões algébricas são **equivalentes** quando possuem o mesmo valor para todos os valores admissíveis de suas variáveis.

Exemplo

As expressões:

$$3(x + 2)$$

e:

$$3x + 6$$

são equivalentes, pois pela propriedade distributiva:

$$3(x + 2) = 3x + 6.$$

Exemplo

As expressões:

$$5x + 2x$$

e:

$$7x$$

são equivalentes.

Atenção

As expressões:

$$2(x + 3)$$

e:

$$2x + 3$$

não são equivalentes.

A primeira é:

$$2x + 6.$$

Portanto:

$$2(x + 3) \neq 2x + 3.$$

18 Tradução da linguagem verbal para a algébrica

A linguagem algébrica permite transformar frases em expressões matemáticas.

Linguagem verbal	Expressão algébrica
Um número	x
O dobro de um número	$2x$
O triplo de um número	$3x$
O quádruplo de um número	$4x$
A metade de um número	$\frac{x}{2}$
A terça parte de um número	$\frac{x}{3}$
O quadrado de um número	x^2
O cubo de um número	x^3
Um número aumentado de 5	$x + 5$
Um número diminuído de 7	$x - 7$
O dobro de um número mais 3	$2x + 3$
O dobro da soma de um número com 3	$2(x + 3)$
A diferença entre x e 5	$x - 5$
A soma de x com y	$x + y$
O produto de x por y	xy

Atenção

A posição das palavras é importante.

“O dobro de um número mais cinco” pode ser escrito como:

$$2x + 5.$$

Já “o dobro da soma de um número com cinco” significa:

$$2(x + 5).$$

Essas expressões não são equivalentes.

19 Construção de expressões a partir de situações

Exemplo

Uma corrida de táxi cobra uma taxa fixa de R\$ 6,00 mais R\$ 3,00 por quilômetro percorrido.

Escreva uma expressão para o preço de uma corrida de x quilômetros.

Resolução

O valor variável é:

$$3x.$$

A taxa fixa é:

$$6.$$

Logo, o preço total é:

$$3x + 6.$$

Exemplo

Um estacionamento cobra R\$ 8,00 de entrada e R\$ 4,00 por hora.

Se h representa o número de horas, qual expressão representa o preço?

Resolução

O custo das horas é:

$$4h.$$

Somando a entrada:

$$4h + 8.$$

20 Valor numérico de uma expressão

Definição 20.1: Valor numérico

O **valor numérico** de uma expressão algébrica é o resultado obtido após substituir suas variáveis por valores determinados e efetuar as operações indicadas.

Notação

Para calcular o valor numérico de uma expressão:

- 1) substitua cada variável pelo valor informado;
- 2) utilize parênteses quando substituir números negativos;
- 3) respeite a ordem das operações;
- 4) efetue os cálculos;
- 5) simplifique o resultado.

21 Valor numérico com uma variável

Exemplo

Calcule o valor de:

$$3x + 5$$

para:

$$x = 4.$$

Resolução

Substituímos x por 4:

$$3(4) + 5.$$

Calculando:

$$12 + 5 = 17.$$

Logo:

$$\boxed{17.}$$

Exemplo

Calcule o valor de:

$$2x^2 - 3x + 1$$

para:

$$x = 3.$$

Resolução

Substituímos:

$$2(3)^2 - 3(3) + 1.$$

Primeiro a potência:

$$2 \cdot 9 - 9 + 1.$$

Então:

$$18 - 9 + 1 = 10.$$

Logo:

$$\boxed{10.}$$

22 Substituição de valores negativos

Atenção

Ao substituir uma variável por um número negativo, devemos utilizar parênteses.
Por exemplo, se:

$$x = -3,$$

então:

$$x^2 = (-3)^2 = 9.$$

Não devemos escrever simplesmente:

$$-3^2,$$

pois:

$$-3^2 = -9.$$

Exemplo

Calcule:

$$x^2 + 2x - 5$$

para:

$$x = -2.$$

Resolução

Substituindo corretamente:

$$(-2)^2 + 2(-2) - 5.$$

Calculando:

$$4 - 4 - 5 = -5.$$

Logo:

$$\boxed{-5.}$$

Exemplo

Calcule:

$$3x^2 - 4x + 2$$

para:

$$x = -1.$$

Resolução

Temos:

$$3(-1)^2 - 4(-1) + 2.$$

Calculando:

$$3(1) + 4 + 2.$$

Logo:

$$\boxed{9.}$$

23 Valor numérico com duas variáveis

Exemplo

Calcule o valor de:

$$2x + 3y$$

para:

$$x = 4$$

e:

$$y = 2.$$

Resolução

Substituindo:

$$2(4) + 3(2).$$

Calculando:

$$8 + 6 = 14.$$

Logo:

$$\boxed{14.}$$

Exemplo

Calcule:

$$x^2 + xy + y^2$$

para:

$$x = 2, \quad y = 3.$$

Resolução

Substituindo:

$$2^2 + (2)(3) + 3^2.$$

Calculando:

$$4 + 6 + 9 = 19.$$

Logo:

$$\boxed{19.}$$

24 Ordem das operações

Definição 24.1: Ordem de precedência

Ao calcular uma expressão, seguimos a ordem:

- 1) parênteses, colchetes e chaves;
- 2) potências e raízes;
- 3) multiplicações e divisões;
- 4) adições e subtrações.

Operações de mesma prioridade são realizadas, em geral, da esquerda para a direita.

Exemplo

Calcule:

$$2x^2 + 3x - 4$$

para:

$$x = 2.$$

Resolução

Substituindo:

$$2(2)^2 + 3(2) - 4.$$

Primeiro a potência:

$$2 \cdot 4 + 6 - 4.$$

Depois a multiplicação:

$$8 + 6 - 4.$$

Finalmente:

$$10.$$

Logo:

$$\boxed{10.}$$

25 Valor numérico de expressões fracionárias

Exemplo

Calcule:

$$\frac{x+5}{2}$$

para:

$$x = 7.$$

Resolução

Substituindo:

$$\frac{7+5}{2}.$$

Então:

$$\frac{12}{2} = 6.$$

Logo:

$$\boxed{6.}$$

Exemplo

Calcule:

$$\frac{2x-y}{3}$$

para:

$$x = 5, \quad y = 1.$$

Resolução

Substituindo:

$$\frac{2(5)-1}{3}.$$

Logo:

$$\frac{10-1}{3} = \frac{9}{3} = 3.$$

Portanto:

$$\boxed{3.}$$

26 Expressões e fórmulas geométricas

A Álgebra permite escrever fórmulas gerais para figuras geométricas.

26.1 Perímetro do quadrado

Se o lado do quadrado mede l , então:

$$P = l + l + l + l.$$

Logo:

$$P = 4l.$$

Exemplo

Se:

$$l = 7 \text{ cm},$$

então:

$$P = 4(7) = 28 \text{ cm}.$$

26.2 Área do quadrado

$$A = l^2.$$

Exemplo

Se:

$$l = 6 \text{ cm},$$

então:

$$A = 6^2 = 36 \text{ cm}^2.$$

26.3 Perímetro do retângulo

Se b é a base e h é a altura:

$$P = 2b + 2h.$$

Podemos fatorar:

$$P = 2(b + h).$$

As expressões:

$$2b + 2h$$

e:

$$2(b + h)$$

são equivalentes.

26.4 Área do retângulo

$$A = bh.$$

Exemplo

Se:

$$b = 8 \text{ cm}$$

e:

$$h = 5 \text{ cm},$$

então:

$$A = 8 \cdot 5 = 40 \text{ cm}^2.$$

27 Expressões em sequências

A linguagem algébrica também permite representar padrões numéricos.

Exemplo

Considere a sequência:

$$3, \quad 6, \quad 9, \quad 12, \quad 15, \dots$$

O termo de posição n pode ser representado por:

$$3n.$$

Exemplo

Considere:

$$5, \quad 8, \quad 11, \quad 14, \quad 17, \dots$$

Uma expressão que representa o termo de posição n é:

$$3n + 2.$$

Verificando:

$$n = 1 \Rightarrow 3(1) + 2 = 5,$$

$$n = 2 \Rightarrow 3(2) + 2 = 8,$$

$$n = 3 \Rightarrow 3(3) + 2 = 11.$$

28 Valor numérico e tabelas

Exemplo

Considere:

$$y = 2x + 1.$$

Complete alguns valores.

x	$y = 2x + 1$
0	1
1	3
2	5
3	7
4	9

Cada valor de x determina um valor correspondente de y .

Observação

Essa ideia será fundamental posteriormente para o estudo de equações lineares e gráficos no plano cartesiano.

29 Problemas contextualizados

Exemplo

Uma academia cobra uma mensalidade fixa de R\$ 80,00 e R\$ 15,00 por aula particular. Se x é o número de aulas particulares, escreva uma expressão para o custo total.

Resolução

O custo das aulas é:

$$15x.$$

Somando a mensalidade:

$$C = 80 + 15x.$$

Exemplo

Qual será o custo se o aluno fizer 4 aulas particulares?

Resolução

Substituímos:

$$x = 4.$$

Logo:

$$C = 80 + 15(4).$$

Calculando:

$$C = 80 + 60 = 140.$$

Portanto:

$$R\$ 140,00.$$

30 Problemas com idade

Exemplo

Pedro tem x anos.

Escreva uma expressão para a idade que terá daqui a 5 anos.

Resolução

A idade atual é:

$$x.$$

Daqui a 5 anos:

$$x + 5.$$

Exemplo

Maria tem y anos. Seu irmão possui o dobro de sua idade mais 3 anos. Escreva uma expressão para a idade do irmão.

Resolução

O dobro da idade de Maria é:

$$2y.$$

Somando 3:

$$\boxed{2y + 3.}$$

31 Problemas de movimento

Definição 31.1: Relação entre distância, velocidade e tempo

Em movimento uniforme, a distância percorrida pode ser expressa por:

$$d = vt,$$

em que:

$$d = \text{distância},$$

$$v = \text{velocidade},$$

$$t = \text{tempo}.$$

Exemplo

Um automóvel mantém velocidade constante de 80 km/h. A distância após t horas é:

$$\boxed{d = 80t.}$$

Se:

$$t = 3,$$

então:

$$d = 80(3) = 240 \text{ km.}$$

32 Problemas de custo

Exemplo

Uma empresa possui custo fixo de R\$ 500,00 e custo de R\$ 12,00 por produto fabricado. Se x produtos são fabricados, qual é o custo total?

Resolução

O custo variável é:

$$12x.$$

Somando o custo fixo:

$$C(x) = 500 + 12x.$$

Exemplo

Calcule o custo para produzir 50 unidades.

Resolução

$$C(50) = 500 + 12(50).$$

$$C(50) = 500 + 600.$$

Logo:

$$C(50) = R\$ 1\,100,00.$$

33 Expressões com potências

Exemplo

Calcule:

$$2x^3 - x^2 + 4$$

para:

$$x = 2.$$

Resolução

Substituindo:

$$2(2)^3 - (2)^2 + 4.$$

Calculando as potências:

$$2(8) - 4 + 4.$$

Logo:

$$16.$$

Portanto:

$$\boxed{16.}$$

Exemplo

Calcule:

$$a^2 - b^2$$

para:

$$a = 5, \quad b = 3.$$

Resolução

Substituindo:

$$5^2 - 3^2.$$

Logo:

$$25 - 9 = 16.$$

Portanto:

$$\boxed{16.}$$

34 Verificação de equivalência por valor numérico

Podemos testar expressões usando valores particulares.

Exemplo

Compare:

$$2(x + 3)$$

e:

$$2x + 6.$$

Para:

$$x = 4,$$

temos:

$$2(4 + 3) = 2(7) = 14.$$

E:

$$2(4) + 6 = 8 + 6 = 14.$$

Os resultados coincidem.

Além disso, pela distributiva:

$$2(x + 3) = 2x + 6.$$

Portanto, as expressões são equivalentes.

Atenção

Testar apenas um valor numérico não é suficiente para demonstrar que duas expressões são equivalentes para todos os valores.

A equivalência deve ser justificada por propriedades algébricas.

35 Erros comuns

Atenção

Erro 1: adicionar termos não semelhantes.

Errado:

$$3x + 2y = 5xy.$$

Correto:

$$\boxed{3x + 2y}$$

não pode ser reduzido.

Atenção

Erro 2: confundir $x + x$ com x^2 .

Temos:

$$x + x = 2x.$$

Já:

$$x \cdot x = x^2.$$

Atenção

Erro 3: aplicar incorretamente a distributiva.

Errado:

$$3(x + 2) = 3x + 2.$$

Correto:

$$3(x + 2) = 3x + 6.$$

Atenção

Erro 4: esquecer parênteses ao substituir números negativos.

Se:

$$x = -4,$$

então:

$$x^2 = (-4)^2 = 16.$$

Atenção

Erro 5: confundir:

$$2x^2$$

com:

$$(2x)^2.$$

Temos:

$$2x^2 = 2 \cdot x^2,$$

enquanto:

$$(2x)^2 = 4x^2.$$

Atenção

Erro 6: considerar $3x$ como $3 + x$.

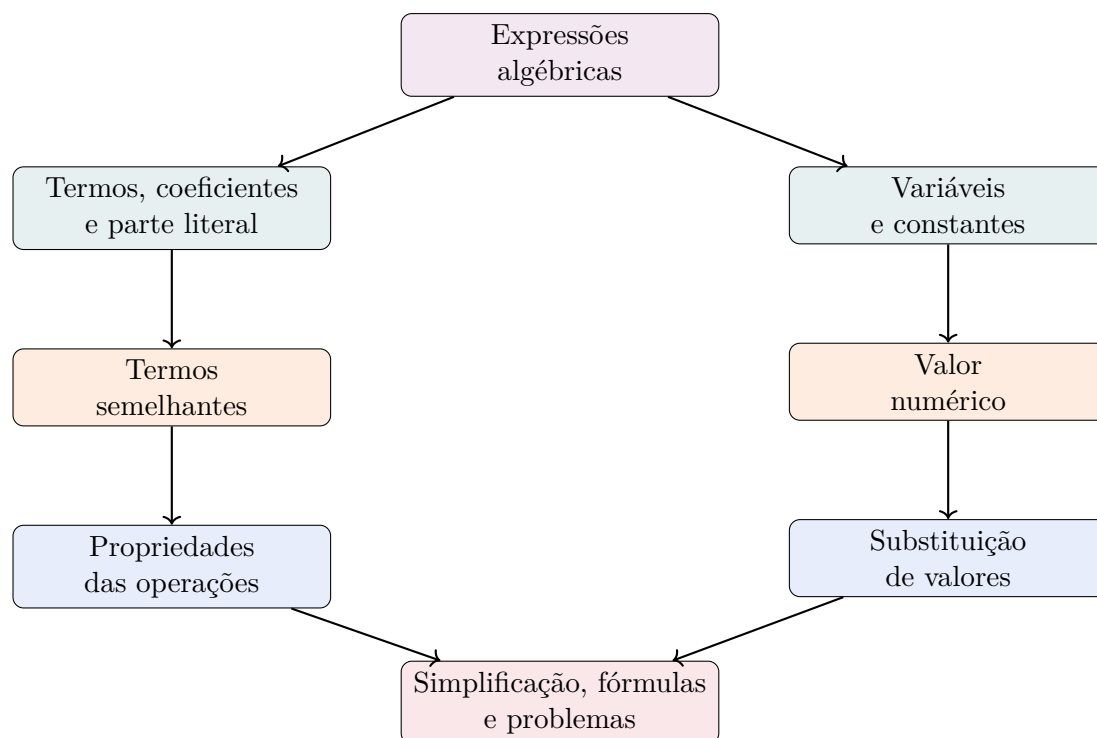
A escrita:

$$3x$$

significa:

$$3 \cdot x.$$

36 Mapa conceitual



37 Resumo teórico

Conceito	Descrição	Exemplo
Variável	valor que pode variar	x
Constante	valor fixo	5
Termo	parcela algébrica	$3x$
Coefficiente	fator numérico	3 em $3x$
Parte literal	letras do termo	x^2 em $5x^2$
Termos semelhantes	mesma parte literal	$3x$ e $7x$
Distributiva	$a(b + c) = ab + ac$	$2(x + 3) = 2x + 6$
Valor numérico	resultado após substituição	$2x + 1, x = 3 \Rightarrow 7$

Notação

Resumo das principais relações:

$$ax + bx = (a + b)x$$

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$a(b - c) = ab - ac$$

$$-(a + b) = -a - b$$

$$-(a - b) = -a + b$$

38 Exercícios

38.1 Parte A – Identificação dos elementos

Exercício

Para cada expressão, identifique os termos.

- a) $3x + 5$
- b) $7a - 4b + 2$
- c) $5x^2 - 3x + 8$
- d) $2xy + 7x - 9y + 1$

Exercício

Identifique o coeficiente e a parte literal.

- | | |
|-----------|-------------|
| a) $7x$ | d) $-8xy$ |
| b) $-5a$ | e) $12a^2b$ |
| c) $3x^2$ | f) $-y$ |

38.2 Parte B – Termos semelhantes

Exercício

Indique quais pares são formados por termos semelhantes.

- a) $3x$ e $7x$
- b) $4x$ e $4x^2$
- c) $5ab$ e $-2ab$
- d) $3x^2$ e $9x^2$
- e) $7a$ e $7b$
- f) $2xy$ e $5yx$

38.3 Parte C – Redução de termos semelhantes

Exercício

Simplifique.

- | | |
|---------------|----------------------|
| a) $3x + 4x$ | e) $4x^2 + 7x^2$ |
| b) $9a - 2a$ | f) $6ab - 9ab$ |
| c) $5y + y$ | g) $3x + 2 + 5x + 7$ |
| d) $8x - 10x$ | h) $4a - 3 + 2a + 8$ |

38.4 Parte D – Propriedade distributiva

Exercício

Desenvolva as expressões.

- | | |
|----------------|-----------------|
| a) $2(x + 3)$ | e) $-2(x + 4)$ |
| b) $4(x - 5)$ | f) $-3(x - 6)$ |
| c) $3(2x + 7)$ | g) $7(2y - 5)$ |
| d) $5(3a - 2)$ | h) $-4(3a + 2)$ |

38.5 Parte E – Simplificação completa

Exercício

Simplifique.

- a) $3(x + 2) + 4x$
- b) $5(x - 3) + 2x$
- c) $4(2x + 1) - 3x$
- d) $2(x + 5) + 3(x - 1)$
- e) $5(2a - 3) - 2(a + 4)$
- f) $3(x + 2) - 2(x - 5)$
- g) $4x - (2x + 7)$
- h) $7a - (3a - 5)$

38.6 Parte F – Linguagem algébrica

Exercício

Escreva uma expressão algébrica para cada frase.

- a) O dobro de um número.
- b) O triplo de um número mais 5.
- c) A metade de um número.
- d) O quadrado de um número.
- e) O dobro da soma de um número com 7.
- f) A diferença entre um número e 9.
- g) A soma de dois números x e y .
- h) O produto de x por y .
- i) A terça parte da soma de x com 6.

38.7 Parte G – Valor numérico

Exercício

Calcule o valor numérico.

- a) $2x + 5$, para $x = 3$.
- b) $5x - 7$, para $x = 4$.
- c) $x^2 + 3$, para $x = 5$.
- d) $2x^2 - x + 1$, para $x = 3$.
- e) $x^2 + 2x - 4$, para $x = -2$.
- f) $3x^2 - 5x + 2$, para $x = -1$.

38.8 Parte H – Duas variáveis

Exercício

Calcule.

- a) $2x + y$, para $x = 3$ e $y = 5$.
- b) $3x - 2y$, para $x = 4$ e $y = 2$.
- c) $xy + 2x$, para $x = 5$ e $y = 3$.
- d) $x^2 + y^2$, para $x = 3$ e $y = 4$.
- e) $2x^2 - xy + y^2$, para $x = 2$ e $y = 3$.

38.9 Parte I – Problemas

Exercício

Uma corrida de táxi custa R\$ 7,00 de bandeirada e R\$ 4,00 por quilômetro.

- a) Escreva uma expressão para o custo de uma corrida de x quilômetros.
- b) Calcule o custo de uma corrida de 12 km.

Exercício

Um estacionamento cobra R\$ 10,00 de entrada mais R\$ 6,00 por hora.

- a) Escreva uma expressão para o custo após h horas.
- b) Calcule o custo após 5 horas.

Exercício

Um retângulo possui base $x + 2$ e altura 5.

- a) Escreva uma expressão para sua área.
- b) Simplifique a expressão.
- c) Calcule a área para $x = 4$.

39 Gabarito comentado

39.1 Parte A

Resolução

- a)
 $3x, \quad 5.$
- b)
 $7a, \quad -4b, \quad 2.$
- c)
 $5x^2, \quad -3x, \quad 8.$
- d)
 $2xy, \quad 7x, \quad -9y, \quad 1.$

Coeficiente e parte literal:

- a) coeficiente 7, parte literal x ;
- b) coeficiente -5 , parte literal a ;
- c) coeficiente 3, parte literal x^2 ;
- d) coeficiente -8 , parte literal xy ;
- e) coeficiente 12, parte literal a^2b ;
- f) coeficiente -1 , parte literal y .

39.2 Parte B

Resolução

- a) semelhantes;
- b) não semelhantes;
- c) semelhantes;

- d) semelhantes;
- e) não semelhantes;
- f) semelhantes, pois $xy = yx$.

39.3 Parte C

Resolução

- | | |
|----------|-------------|
| a) $7x$ | e) $11x^2$ |
| b) $7a$ | f) $-3ab$ |
| c) $6y$ | g) $8x + 9$ |
| d) $-2x$ | h) $6a + 5$ |

39.4 Parte D

Resolução

- | | |
|----|-------------|
| a) | $2x + 6.$ |
| b) | $4x - 20.$ |
| c) | $6x + 21.$ |
| d) | $15a - 10.$ |
| e) | $-2x - 8.$ |
| f) | $-3x + 18.$ |
| g) | $14y - 35.$ |
| h) | $-12a - 8.$ |

39.5 Parte E

Resolução

a)

$$3(x + 2) + 4x = 3x + 6 + 4x = \boxed{7x + 6}.$$

b)

$$5(x - 3) + 2x = 5x - 15 + 2x = \boxed{7x - 15}.$$

c)

$$4(2x + 1) - 3x = 8x + 4 - 3x = \boxed{5x + 4}.$$

d)

$$2(x + 5) + 3(x - 1) = 2x + 10 + 3x - 3 = \boxed{5x + 7}.$$

e)

$$5(2a - 3) - 2(a + 4) = 10a - 15 - 2a - 8 = \boxed{8a - 23}.$$

f)

$$3(x + 2) - 2(x - 5) = 3x + 6 - 2x + 10 = \boxed{x + 16}.$$

g)

$$4x - (2x + 7) = 4x - 2x - 7 = \boxed{2x - 7}.$$

h)

$$7a - (3a - 5) = 7a - 3a + 5 = \boxed{4a + 5}.$$

39.6 Parte F

Resolução

a)

$$2x.$$

b)

$$3x + 5.$$

c)

$$\frac{x}{2}.$$

d)

$$x^2.$$

e)

$$2(x + 7).$$

f)

$$x - 9.$$

g)

$$x + y.$$

h)

$$xy.$$

i)

$$\frac{x + 6}{3}.$$

39.7 Parte G

Resolução

a)

$$2(3) + 5 = 11.$$

b)

$$5(4) - 7 = 13.$$

c)

$$5^2 + 3 = 28.$$

d)

$$2(3)^2 - 3 + 1 = 18 - 3 + 1 = 16.$$

e)

$$(-2)^2 + 2(-2) - 4 = 4 - 4 - 4 = -4.$$

f)

$$3(-1)^2 - 5(-1) + 2 = 3 + 5 + 2 = 10.$$

39.8 Parte H

Resolução

a)

$$2(3) + 5 = 11.$$

b)

$$3(4) - 2(2) = 12 - 4 = 8.$$

c)

$$(5)(3) + 2(5) = 15 + 10 = 25.$$

d)

$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25.$$

e)

$$2(2)^2 - (2)(3) + 3^2 = 8 - 6 + 9 = 11.$$

39.9 Parte I

Resolução

1. Táxi

Expressão:

$$C = 4x + 7.$$

Para $x = 12$:

$$C = 4(12) + 7 = 48 + 7 = 55.$$

Logo:

$$R\$ 55,00.$$

2. Estacionamento

Expressão:

$$C = 6h + 10.$$

Para $h = 5$:

$$C = 6(5) + 10 = 30 + 10 = 40.$$

Logo:

$$R\$ 40,00.$$

3. Retângulo

Área:

$$A = 5(x + 2).$$

Aplicando a distributiva:

$$A = 5x + 10.$$

Para:

$$x = 4,$$

temos:

$$A = 5(4) + 10 = 30.$$

Logo:

$$30 \text{ unidades}^2.$$

40 Avaliação final

Avaliação final – Expressões algébricas e valor numérico

Resolva as questões abaixo.

1. Explique o que é uma expressão algébrica.

2. Identifique os termos da expressão:

$$5x^2 - 3x + 7.$$

3. Determine o coeficiente e a parte literal do termo:

$$-8a^2b.$$

4. Simplifique:

$$7x + 3x - 4.$$

5. Simplifique:

$$3(x + 5) + 2x.$$

6. Simplifique:

$$5(2x - 3) - 2(x + 4).$$

7. Escreva uma expressão algébrica para:

“O triplo de um número diminuído de 7.”

8. Calcule:

$$2x^2 + 3x - 5$$

para:

$$x = 2.$$

9. Calcule:

$$x^2 - 2xy + y^2$$

para:

$$x = 5, \quad y = 2.$$

10. Uma empresa cobra R\$ 20,00 de taxa fixa e R\$ 8,00 por unidade produzida.
- a) Escreva uma expressão para o custo de x unidades.
 - b) Determine o custo de 25 unidades.

40.1 Gabarito da avaliação final

Resolução

1. Uma expressão algébrica é uma expressão formada por números, letras e operações matemáticas, em que as letras representam variáveis ou valores ainda não especificados.

2. Os termos são:

$$5x^2, \quad -3x, \quad 7.$$

3. Em:

$$-8a^2b,$$

o coeficiente é:

$$-8,$$

e a parte literal é:

$$a^2b.$$

- 4.

$$7x + 3x - 4 = 10x - 4.$$

Logo:

$$10x - 4.$$

- 5.

$$3(x + 5) + 2x = 3x + 15 + 2x.$$

Logo:

$$5x + 15.$$

- 6.

$$5(2x - 3) - 2(x + 4)$$

$$= 10x - 15 - 2x - 8.$$

Logo:

$$\boxed{8x - 23.}$$

7. O triplo de um número é:

$$3x.$$

Diminuído de 7:

$$\boxed{3x - 7.}$$

8. Para:

$$x = 2,$$

temos:

$$2(2)^2 + 3(2) - 5.$$

$$= 8 + 6 - 5.$$

Logo:

$$\boxed{9.}$$

9. Para:

$$x = 5, \quad y = 2,$$

temos:

$$5^2 - 2(5)(2) + 2^2.$$

$$= 25 - 20 + 4.$$

Logo:

$$\boxed{9.}$$

10. a) O custo total é:

$$\boxed{C = 20 + 8x.}$$

b) Para:

$$x = 25,$$

temos:

$$C = 20 + 8(25).$$

$$C = 20 + 200.$$

Portanto:

$$C = R\$ 220,00.$$

41 Conclusão

As expressões algébricas permitem representar relações matemáticas de maneira geral. Por meio de letras, podemos modelar números desconhecidos, quantidades variáveis, fórmulas, padrões e problemas reais.

As principais ideias deste curso são:

- 1) uma expressão algébrica é formada por números, letras e operações;
- 2) as letras podem representar variáveis ou incógnitas;
- 3) uma expressão é formada por termos;
- 4) cada termo pode possuir coeficiente e parte literal;
- 5) termos semelhantes podem ser adicionados ou subtraídos;
- 6) as propriedades das operações permitem simplificar expressões;
- 7) a propriedade distributiva é fundamental na manipulação algébrica;
- 8) o valor numérico é obtido substituindo as variáveis por valores determinados;
- 9) números negativos devem ser substituídos utilizando parênteses;
- 10) expressões algébricas permitem representar situações geométricas, financeiras e cotidianas.

Notação

Resumo final:

$$ax + bx = (a + b)x$$

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$a(b - c) = ab - ac$$

$$-(a + b) = -a - b$$

$$-(a - b) = -a + b$$

Para calcular o valor numérico:

substituir $\longrightarrow$ respeitar a ordem das operações $\longrightarrow$ calcular

Fim do curso