

Média Estatística e Amplitude

Curso de Matemática – 7º Ano

Objetivos da aula

Ao final deste módulo, o estudante deverá ser capaz de:

- 1) compreender o que são dados estatísticos;
- 2) organizar dados numéricos em listas e tabelas;
- 3) calcular a média aritmética simples;
- 4) interpretar a média como valor de equilíbrio;
- 5) compreender situações em que a média representa bem ou mal um conjunto de dados;
- 6) calcular média a partir de tabelas de frequência;
- 7) compreender a ideia de média ponderada em situações simples;
- 8) calcular a amplitude de um conjunto de dados;
- 9) interpretar a amplitude como medida de variação;
- 10) comparar conjuntos de dados usando média e amplitude;
- 11) reconhecer o efeito de valores extremos na média;
- 12) diferenciar média, maior valor, menor valor e amplitude;
- 13) resolver problemas envolvendo notas, temperaturas, idades, vendas e pesquisas.

Sumário

1	Ideia central do capítulo	3
2	Dados estatísticos	3
3	Organização dos dados	4
4	Média aritmética simples	5
5	Média como valor de equilíbrio	6
6	Média com valores repetidos	7

7 Média a partir de tabela de frequência	7
8 Média ponderada em situações simples	9
9 Amplitude	10
10 Interpretação da amplitude	11
11 Valores extremos e efeito na média	12
12 Comparando conjuntos de dados	12
13 Média necessária	13
14 Situações práticas	14
15 Fluxograma de resolução	16
16 Erros comuns	16
17 Exercícios de fixação	17
18 Correção comentada	19
19 Lista extra de treino	23
20 Síntese final	25

1 Ideia central do capítulo

A Estatística ajuda a coletar, organizar, interpretar e comparar informações.

Por exemplo, podemos estudar:

- as notas de uma turma;
- as temperaturas de uma semana;
- o número de livros lidos por alunos;
- a idade dos participantes de uma pesquisa;
- as vendas de uma loja ao longo do mês.

Neste módulo, estudaremos duas medidas importantes:

- **média:** indica um valor representativo dos dados;
- **amplitude:** indica a diferença entre o maior e o menor valor.

Resumo essencial

A ideia central deste módulo é:

A média resume os dados por um valor central.

A amplitude mostra o quanto os dados variam.

2 Dados estatísticos

Definição 2.1: Dados estatísticos

Dados estatísticos são informações coletadas em uma pesquisa, observação, experimento ou registro.

Exemplo

As notas de cinco alunos em uma prova foram:

7, 8, 6, 9, 10.

Esses números são dados estatísticos.

Exemplo

As temperaturas máximas de uma cidade durante cinco dias foram:

28°C, 30°C, 29°C, 32°C, 31°C.

Esses valores formam um conjunto de dados.

Definição 2.2: Conjunto de dados

Um conjunto de dados é uma coleção de informações usadas para análise estatística.

Observação

Neste módulo, trabalharemos principalmente com dados numéricos, isto é, dados representados por números.

3 Organização dos dados

Antes de calcular média ou amplitude, é importante organizar os dados.

Método

Para organizar dados numéricos:

- 1) escreva todos os valores;
- 2) verifique se há valores repetidos;
- 3) ordene os dados, se necessário;
- 4) identifique o menor e o maior valor;
- 5) observe se há valores muito diferentes dos demais.

Exemplo

Considere os dados:

12, 8, 15, 10, 9.

Em ordem crescente:

8, 9, 10, 12, 15.

Assim, fica mais fácil identificar:

- menor valor: 8;
- maior valor: 15.

Observação

Ordenar os dados não altera a média, mas ajuda a interpretar o conjunto.

4 Média aritmética simples

Definição 4.1: Média aritmética

A média aritmética de um conjunto de valores é obtida somando todos os valores e dividindo pelo número de valores.

Teorema 4.1: Fórmula da média aritmética

Se os dados são:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n,$$

então a média aritmética é:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}.$$

Notação

A média pode ser representada por:

$$\bar{x}$$

que lemos como:

“x barra”.

Exemplo

Calcule a média dos números:

$$6, \quad 8, \quad 10.$$

Somamos os valores:

$$6 + 8 + 10 = 24.$$

Como há 3 valores, dividimos por 3:

$$\bar{x} = \frac{24}{3} = 8.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} = 8.}$$

Exemplo

As notas de um aluno foram:

$$7, \quad 8, \quad 6, \quad 9.$$

A média é:

$$\bar{x} = \frac{7 + 8 + 6 + 9}{4}.$$

$$\bar{x} = \frac{30}{4} = 7,5.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} = 7,5.}$$

5 Média como valor de equilíbrio

Observação

A média pode ser interpretada como um valor de equilíbrio dos dados. Ela indica o valor que cada elemento teria se o total fosse distribuído igualmente.

Exemplo

Três amigos juntaram dinheiro:

10 reais, 20 reais, 30 reais.

Total:

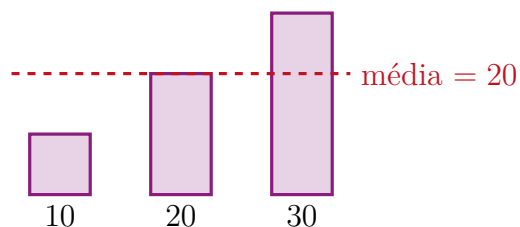
$$10 + 20 + 30 = 60.$$

Se esse total fosse distribuído igualmente entre os três:

$$60 \div 3 = 20.$$

Logo, a média é:

20 reais.



Atenção

A média nem sempre é um valor que aparece no conjunto de dados. Por exemplo, a média de:

7, 8

é:

$$\frac{7+8}{2} = 7,5.$$

Mas 7,5 não aparece na lista.

6 Média com valores repetidos

Quando há valores repetidos, podemos somar todos os valores diretamente ou usar frequências.

Exemplo

Calcule a média dos dados:

$$5, \quad 5, \quad 7, \quad 7, \quad 7, \quad 9.$$

Somando:

$$5 + 5 + 7 + 7 + 7 + 9 = 40.$$

Há 6 valores.

$$\bar{x} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} \approx 6,67.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} \approx 6,67.}$$

Observação

Valores repetidos influenciam a média mais fortemente, pois aparecem mais vezes no cálculo.

7 Média a partir de tabela de frequência

Definição 7.1: Frequência

Frequência é o número de vezes que um valor aparece em um conjunto de dados.

Teorema 7.1: Média com frequência

Quando os dados estão organizados em uma tabela de frequência, a média é calculada por:

$$\bar{x} = \frac{\text{soma dos produtos valor} \cdot \text{frequência}}{\text{soma das frequências}}.$$

Exemplo

Uma turma teve as seguintes notas em uma atividade:

Nota	Frequência
6	3
7	4
8	2
10	1

Calculamos os produtos:

$$6 \cdot 3 = 18,$$

$$7 \cdot 4 = 28,$$

$$8 \cdot 2 = 16,$$

$$10 \cdot 1 = 10.$$

Somando:

$$18 + 28 + 16 + 10 = 72.$$

Total de alunos:

$$3 + 4 + 2 + 1 = 10.$$

Logo:

$$\bar{x} = \frac{72}{10} = 7,2.$$

Portanto:

$$\boxed{\bar{x} = 7,2.}$$

Método

Para calcular média usando tabela de frequência:

- 1) multiplique cada valor pela sua frequência;
- 2) some os produtos;
- 3) some as frequências;
- 4) divida a soma dos produtos pela soma das frequências.

8 Média ponderada em situações simples

Definição 8.1: Média ponderada

A média ponderada é uma média em que alguns valores têm pesos diferentes.

Definição 8.2: Peso

Peso é a importância atribuída a um valor no cálculo da média.

Teorema 8.1: Fórmula da média ponderada

Se os valores são $x_1, x_2, \dots, x_n$ e os pesos são $p_1, p_2, \dots, p_n$, então:

$$\bar{x} = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}.$$

Exemplo

Um aluno fez duas provas:

- prova 1: nota 6, peso 1;
- prova 2: nota 9, peso 2.

A média ponderada é:

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 1 + 9 \cdot 2}{1 + 2}.$$

$$\bar{x} = \frac{6 + 18}{3}.$$

$$\bar{x} = \frac{24}{3} = 8.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} = 8.}$$

Observação

A prova de peso 2 conta como se tivesse sido considerada duas vezes.

Atenção

Na média ponderada, não dividimos pelo número de notas. Dividimos pela soma dos pesos.

9 Amplitude

Definição 9.1: Amplitude

A amplitude de um conjunto de dados é a diferença entre o maior valor e o menor valor.

Teorema 9.1: Fórmula da amplitude

A amplitude A é dada por:

$$A = \text{maior valor} - \text{menor valor}.$$

Exemplo

Considere os dados:

4, 7, 9, 10, 12.

O menor valor é:

4.

O maior valor é:

12.

Logo, a amplitude é:

$$A = 12 - 4 = 8.$$

Portanto:

$$A = 8.$$

Exemplo

As temperaturas máximas de uma semana foram:

26°C, 28°C, 27°C, 31°C, 30°C.

Menor valor:

26°C.

Maior valor:

31°C.

Amplitude:

$$A = 31 - 26 = 5.$$

Logo:

$$A = 5^\circ\text{C}.$$

Observação

A amplitude indica a variação total dos dados, mas não mostra como os valores estão distribuídos entre o menor e o maior.

10 Interpretação da amplitude

Exemplo

Compare os conjuntos:

$$A = \{8, 9, 10, 11, 12\}$$

e

$$B = \{2, 6, 10, 14, 18\}.$$

Média de A :

$$\bar{x}_A = \frac{8 + 9 + 10 + 11 + 12}{5} = \frac{50}{5} = 10.$$

Média de B :

$$\bar{x}_B = \frac{2 + 6 + 10 + 14 + 18}{5} = \frac{50}{5} = 10.$$

As médias são iguais.

Amplitude de A :

$$12 - 8 = 4.$$

Amplitude de B :

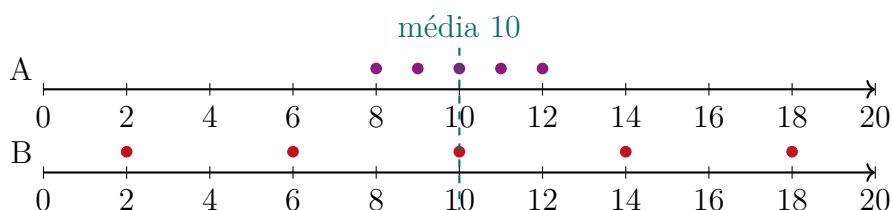
$$18 - 2 = 16.$$

Portanto, embora as médias sejam iguais, o conjunto B apresenta maior variação.

Resumo essencial

A média indica um valor central.

A amplitude indica o espalhamento entre o menor e o maior valor.



11 Valores extremos e efeito na média

Definição 11.1: Valor extremo

Um valor extremo é um valor muito maior ou muito menor que os demais valores de um conjunto de dados.

Exemplo

Considere as idades:

12, 13, 13, 14, 68.

A média é:

$$\bar{x} = \frac{12 + 13 + 13 + 14 + 68}{5}.$$

$$\bar{x} = \frac{120}{5} = 24.$$

A média é 24, mas a maioria das idades está entre 12 e 14.
O valor 68 aumentou bastante a média.

Observação

Valores extremos podem distorcer a média, fazendo com que ela não represente bem a maioria dos dados.

Atenção

Ao interpretar uma média, sempre observe também os dados originais e a amplitude.

12 Comparando conjuntos de dados

Método

Para comparar dois conjuntos de dados usando média e amplitude:

- 1) calcule a média de cada conjunto;
- 2) calcule a amplitude de cada conjunto;
- 3) compare os valores centrais usando a média;
- 4) compare a variação usando a amplitude;
- 5) interprete no contexto do problema.

Exemplo

Duas equipes tiveram as seguintes pontuações em cinco jogos.

Equipe A:

$$10, \quad 12, \quad 11, \quad 13, \quad 14.$$

Equipe B:

$$5, \quad 10, \quad 12, \quad 15, \quad 18.$$

Média da equipe A:

$$\bar{x}_A = \frac{10 + 12 + 11 + 13 + 14}{5} = \frac{60}{5} = 12.$$

Média da equipe B:

$$\bar{x}_B = \frac{5 + 10 + 12 + 15 + 18}{5} = \frac{60}{5} = 12.$$

As médias são iguais.

Amplitude da equipe A:

$$14 - 10 = 4.$$

Amplitude da equipe B:

$$18 - 5 = 13.$$

A equipe B teve maior variação nas pontuações.

Observação

Duas turmas, equipes ou grupos podem ter a mesma média e comportamentos muito diferentes.

13 Média necessária

Às vezes, sabemos a média desejada e precisamos descobrir um valor desconhecido.

Exemplo

Um aluno fez quatro provas. Suas três primeiras notas foram:

$$7, \quad 8, \quad 6.$$

Ele deseja média 7 nas quatro provas. Qual nota precisa tirar na quarta prova?

Seja x a quarta nota.

$$\frac{7 + 8 + 6 + x}{4} = 7.$$

$$\frac{21 + x}{4} = 7.$$

Multiplicando por 4:

$$21 + x = 28.$$

$$x = 7.$$

Logo, ele precisa tirar:

$$\boxed{7.}$$

Exemplo

Quatro números têm média 12. Três deles são 10, 11 e 15. Determine o quarto número. Se a média é 12 e há 4 números, então a soma total deve ser:

$$12 \cdot 4 = 48.$$

A soma dos três conhecidos é:

$$10 + 11 + 15 = 36.$$

O quarto número é:

$$48 - 36 = 12.$$

Logo:

$$\boxed{12.}$$

Método

Para encontrar um valor desconhecido a partir da média:

- 1) multiplique a média desejada pela quantidade total de valores;
- 2) encontre a soma total necessária;
- 3) some os valores conhecidos;
- 4) subtraia para encontrar o valor desconhecido.

14 Situações práticas

Exemplo

Uma loja vendeu os seguintes números de produtos durante cinco dias:

$$20, \quad 25, \quad 30, \quad 15, \quad 35.$$

A média diária de vendas foi:

$$\bar{x} = \frac{20 + 25 + 30 + 15 + 35}{5}.$$

$$\bar{x} = \frac{125}{5} = 25.$$

Logo, a loja vendeu, em média:

25 produtos por dia.

Exemplo

As temperaturas máximas de uma semana foram:

27, 29, 30, 31, 33, 28, 27.

A média é:

$$\bar{x} = \frac{27 + 29 + 30 + 31 + 33 + 28 + 27}{7}.$$

$$\bar{x} = \frac{205}{7} \approx 29,29.$$

A menor temperatura foi 27, e a maior foi 33.

Amplitude:

$$33 - 27 = 6.$$

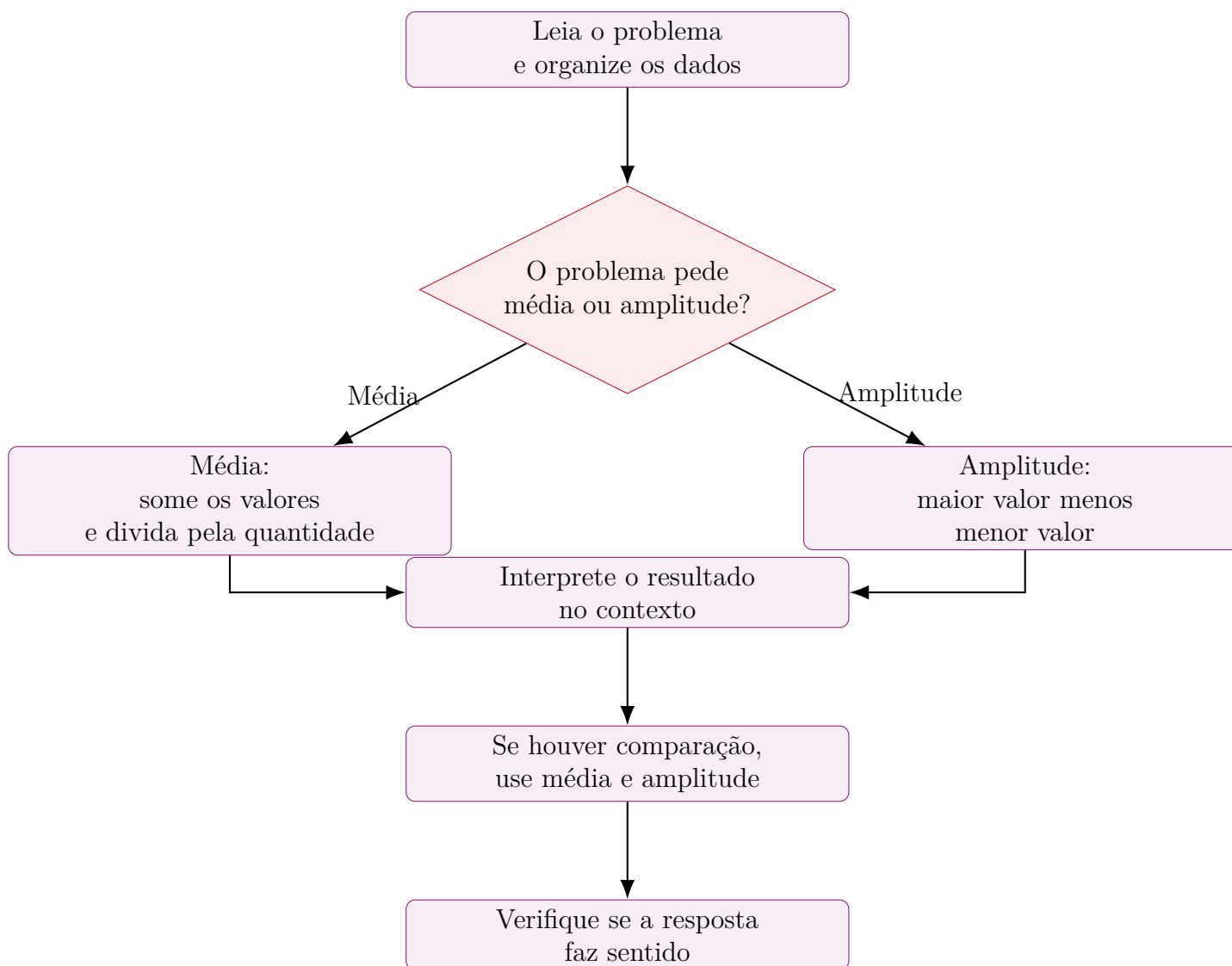
Logo:

$\bar{x} \approx 29,29^\circ\text{C}$

e

$A = 6^\circ\text{C}.$

15 Fluxograma de resolução



16 Erros comuns

Atenção

Erro 1: Dividir pela quantidade errada de valores.

Na média, dividimos pela quantidade total de valores, não pelo maior valor nem pela soma dos valores.

Atenção

Erro 2: Esquecer valores repetidos.

Se um valor aparece várias vezes, ele deve ser contado várias vezes.

Atenção

Erro 3: Confundir média com amplitude.

Média:

$$\bar{x} = \frac{\text{soma dos valores}}{\text{quantidade de valores}}.$$

Amplitude:

$$A = \text{maior valor} - \text{menor valor}.$$

Atenção

Erro 4: Achar que a média precisa aparecer nos dados.

A média pode ser um valor que não aparece na lista.

Por exemplo:

7, 8

têm média:

7,5.

Atenção

Erro 5: Ignorar valores extremos.

Valores muito altos ou muito baixos podem alterar bastante a média.

Atenção

Erro 6: Interpretar só a média e esquecer a variação.

Dois conjuntos podem ter a mesma média e amplitudes muito diferentes.

17 Exercícios de fixação

Exercício 1

Calcule a média dos valores:

5, 7, 8, 10.

Exercício 2

Calcule a média das notas:

6, 8, 9, 7, 10.

Exercício 3

Calcule a amplitude dos dados:

12, 15, 9, 20, 14.

Exercício 4

As temperaturas de cinco dias foram:

24°C, 27°C, 25°C, 30°C, 29°C.

Calcule:

- a) a média;
- b) a amplitude.

Exercício 5

Uma turma teve as seguintes notas em uma prova:

4, 6, 6, 8, 10, 10.

Calcule a média.

Exercício 6

Calcule a média a partir da tabela.

Valor	Frequência
2	3
4	5
6	2

Exercício 7

Um aluno fez duas provas. Na primeira tirou 7, com peso 1. Na segunda tirou 9, com peso 2. Calcule a média ponderada.

Exercício 8

Compare os conjuntos:

$$A = \{9, 10, 11\}$$

e

$$B = \{5, 10, 15\}.$$

Calcule a média e a amplitude de cada um.

Exercício 9

Quatro números têm média 15. Três deles são 12, 16 e 18. Determine o quarto número.

Exercício 10

Explique por que um valor extremo pode alterar bastante a média.

18 Correção comentada

Correção comentada

Exercício 1.

Somamos os valores:

$$5 + 7 + 8 + 10 = 30.$$

Há 4 valores.

$$\bar{x} = \frac{30}{4} = 7,5.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} = 7,5.}$$

Correção comentada

Exercício 2.

Somamos as notas:

$$6 + 8 + 9 + 7 + 10 = 40.$$

Há 5 notas.

$$\bar{x} = \frac{40}{5} = 8.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} = 8.}$$

Correção comentada

Exercício 3.

Os dados são:

$$12, \quad 15, \quad 9, \quad 20, \quad 14.$$

Menor valor:

$$9.$$

Maior valor:

$$20.$$

Amplitude:

$$A = 20 - 9 = 11.$$

Logo:

$$\boxed{A = 11.}$$

Correção comentada

Exercício 4.

Dados:

$$24, \quad 27, \quad 25, \quad 30, \quad 29.$$

a) Média:

$$\bar{x} = \frac{24 + 27 + 25 + 30 + 29}{5}.$$

$$\bar{x} = \frac{135}{5} = 27.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} = 27^{\circ}\text{C}.}$$

b) Amplitude:

Menor valor:

$$24.$$

Maior valor:

$$30.$$

$$A = 30 - 24 = 6.$$

Logo:

$$\boxed{A = 6^{\circ}\text{C}.}$$

Correção comentada

Exercício 5.

Dados:

$$4, \quad 6, \quad 6, \quad 8, \quad 10, \quad 10.$$

Somando:

$$4 + 6 + 6 + 8 + 10 + 10 = 44.$$

Há 6 notas.

$$\bar{x} = \frac{44}{6} = \frac{22}{3} \approx 7,33.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} \approx 7,33.}$$

Correção comentada

Exercício 6.

Calculamos os produtos:

$$2 \cdot 3 = 6,$$

$$4 \cdot 5 = 20,$$

$$6 \cdot 2 = 12.$$

Soma dos produtos:

$$6 + 20 + 12 = 38.$$

Soma das frequências:

$$3 + 5 + 2 = 10.$$

Média:

$$\bar{x} = \frac{38}{10} = 3,8.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} = 3,8.}$$

Correção comentada

Exercício 7.

Usamos a média ponderada:

$$\bar{x} = \frac{7 \cdot 1 + 9 \cdot 2}{1 + 2}.$$

$$\bar{x} = \frac{7 + 18}{3}.$$

$$\bar{x} = \frac{25}{3} \approx 8,33.$$

Logo:

$$\boxed{\bar{x} \approx 8,33.}$$

Correção comentada

Exercício 8.

Conjunto A :

$$A = \{9, 10, 11\}.$$

Média:

$$\bar{x}_A = \frac{9 + 10 + 11}{3} = \frac{30}{3} = 10.$$

Amplitude:

$$11 - 9 = 2.$$

Conjunto B :

$$B = \{5, 10, 15\}.$$

Média:

$$\bar{x}_B = \frac{5 + 10 + 15}{3} = \frac{30}{3} = 10.$$

Amplitude:

$$15 - 5 = 10.$$

Conclusão:

$$\boxed{\bar{x}_A = \bar{x}_B = 10}$$

mas:

$$\boxed{A_B > A_A.}$$

O conjunto B tem maior variação.

Correção comentada

Exercício 9.

Quatro números têm média 15. Então a soma total é:

$$15 \cdot 4 = 60.$$

A soma dos três números conhecidos é:

$$12 + 16 + 18 = 46.$$

Logo, o quarto número é:

$$60 - 46 = 14.$$

Portanto:

$$\boxed{14.}$$

Correção comentada

Exercício 10.

Um valor extremo é muito maior ou muito menor que os demais.

Como a média usa a soma de todos os valores, esse número muito diferente altera a soma total e pode puxar a média para cima ou para baixo.

Por exemplo:

$$10, \quad 10, \quad 10$$

têm média 10.

Mas:

$$10, \quad 10, \quad 100$$

têm média:

$$\frac{120}{3} = 40.$$

O valor 100 aumentou bastante a média.

19 Lista extra de treino

Exercício 11

Calcule a média dos dados:

$$8, \quad 12, \quad 15, \quad 10, \quad 5.$$

Exercício 12

Calcule a amplitude dos dados:

$$3, \quad 18, \quad 7, \quad 22, \quad 11, \quad 9.$$

Exercício 13

As idades de cinco participantes são:

$$12, \quad 13, \quad 15, \quad 14, \quad 16.$$

Calcule a média e a amplitude.

Exercício 14

Uma loja vendeu:

$$18, \quad 22, \quad 25, \quad 20, \quad 15$$

produtos durante cinco dias. Calcule a média diária de vendas.

Exercício 15

Calcule a média usando a tabela.

Nota	Frequência
5	2
6	3
8	4
10	1

Exercício 16

Um aluno teve nota 6 em uma atividade de peso 1, nota 7 em uma atividade de peso 2 e nota 9 em uma atividade de peso 3. Calcule a média ponderada.

Exercício 17

Cinco números têm média 20. Quatro deles são:

$$18, \quad 21, \quad 19, \quad 25.$$

Determine o quinto número.

Exercício 18

Compare os conjuntos:

$$A = \{20, 21, 22, 23, 24\}$$

e

$$B = \{10, 15, 22, 29, 34\}.$$

Calcule a média e a amplitude de cada conjunto.

Exercício 19

Um conjunto de dados tem menor valor 14 e amplitude 9. Qual é o maior valor?

Exercício 20

Explique por que a média sozinha pode não ser suficiente para comparar dois conjuntos de dados.

20 Síntese final

Resumo essencial

1. Dados estatísticos

São informações coletadas em pesquisas, observações ou registros.

2. Média aritmética

$$\bar{x} = \frac{\text{soma dos valores}}{\text{quantidade de valores}}.$$

3. Interpretação da média

A média representa um valor central ou de equilíbrio dos dados.

4. Média com frequência

$$\bar{x} = \frac{\text{soma dos produtos valor} \cdot \text{frequência}}{\text{soma das frequências}}.$$

5. Média ponderada

$$\bar{x} = \frac{x_1p_1 + x_2p_2 + \cdots + x_np_n}{p_1 + p_2 + \cdots + p_n}.$$

6. Amplitude

$$A = \text{maior valor} - \text{menor valor}.$$

7. Interpretação da amplitude

A amplitude mostra a variação total dos dados.

8. Valores extremos

Valores muito altos ou muito baixos podem alterar bastante a média.

9. Comparação de conjuntos

A média mostra tendência central.

A amplitude mostra dispersão.

10. Ideia fundamental

A média resume os dados, mas a amplitude ajuda a entender sua variação.

Fim do módulo

Média Estatística e Amplitude