

# Gráficos de Setores

Curso de Matemática – 7º Ano

## Objetivos da aula

Ao final deste módulo, o estudante deverá ser capaz de:

- 1) compreender o que é um gráfico de setores;
- 2) interpretar gráficos de setores como representação de partes de um todo;
- 3) relacionar frequência absoluta, frequência relativa e porcentagem;
- 4) compreender que o círculo completo representa 100%;
- 5) compreender que o círculo completo mede  $360^\circ$ ;
- 6) converter porcentagens em ângulos centrais;
- 7) converter frequências em porcentagens;
- 8) construir tabelas de frequência para gráficos de setores;
- 9) construir gráficos de setores usando régua, compasso e transferidor;
- 10) identificar erros comuns em gráficos de setores;
- 11) comparar categorias usando gráficos de setores;
- 12) resolver problemas envolvendo leitura, construção e interpretação de gráficos de setores.

## Sumário

|          |                                                    |          |
|----------|----------------------------------------------------|----------|
| <b>1</b> | <b>Ideia central do capítulo</b>                   | <b>3</b> |
| <b>2</b> | <b>O que é um gráfico de setores?</b>              | <b>3</b> |
| <b>3</b> | <b>Setor circular</b>                              | <b>4</b> |
| <b>4</b> | <b>O círculo completo</b>                          | <b>4</b> |
| <b>5</b> | <b>Frequência absoluta, relativa e porcentagem</b> | <b>6</b> |
| <b>6</b> | <b>Da frequência ao ângulo central</b>             | <b>6</b> |
| <b>7</b> | <b>Construção de um gráfico de setores</b>         | <b>8</b> |

|    |                                                 |    |
|----|-------------------------------------------------|----|
| 8  | Leitura de gráficos de setores                  | 9  |
| 9  | Calculando quantidades a partir de porcentagens | 9  |
| 10 | Calculando porcentagens a partir de ângulos     | 10 |
| 11 | Comparação entre gráficos                       | 11 |
| 12 | Quando usar gráfico de setores?                 | 12 |
| 13 | Erros comuns em gráficos de setores             | 12 |
| 14 | Fluxograma de resolução                         | 14 |
| 15 | Exercícios de fixação                           | 14 |
| 16 | Correção comentada                              | 16 |
| 17 | Lista extra de treino                           | 20 |
| 18 | Síntese final                                   | 21 |

# 1 Ideia central do capítulo

Um gráfico de setores representa uma divisão de um todo.

Ele também é conhecido como gráfico de pizza, pois o círculo é dividido em partes, como fatias.

Cada setor representa uma categoria.

Quanto maior a participação da categoria no total, maior será o setor correspondente.

## Resumo essencial

A ideia central deste módulo é:

No gráfico de setores, o círculo inteiro representa o total.

Como o círculo completo representa 100%, temos:

$$100\% \leftrightarrow 360^\circ.$$

Portanto:

$$1\% \leftrightarrow 3,6^\circ.$$

# 2 O que é um gráfico de setores?

## Definição 2.1: Gráfico de setores

Um gráfico de setores é uma representação gráfica em que um círculo é dividido em setores, e cada setor representa uma parte do total.

## Exemplo

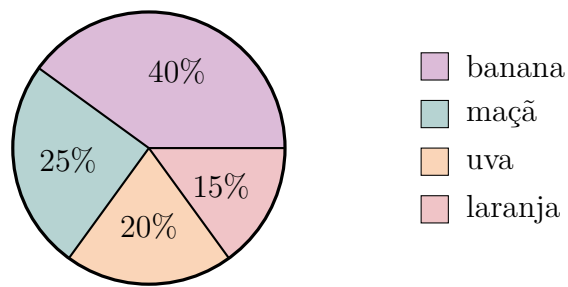
Uma turma respondeu à pergunta:

“Qual é sua fruta preferida?”

Os resultados foram:

- banana: 40%;
- maçã: 25%;
- uva: 20%;
- laranja: 15%.

Essas informações podem ser representadas em um gráfico de setores.



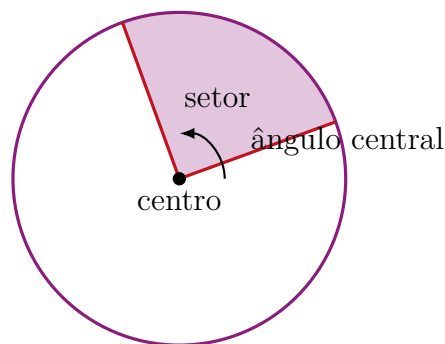
#### Observação

Um gráfico de setores é adequado quando queremos representar partes de um total.

### 3 Setor circular

#### Definição 3.1: Setor circular

Setor circular é a região do círculo limitada por dois raios e por um arco de circunferência.



#### Definição 3.2: Ângulo central

Ângulo central é o ângulo que tem vértice no centro do círculo.

#### Observação

No gráfico de setores, cada categoria é representada por um setor circular. A medida do ângulo central de cada setor depende da porcentagem que a categoria representa no total.

### 4 O círculo completo

Um círculo completo corresponde a uma volta inteira.

A volta inteira mede:

$360^\circ$ .

No gráfico de setores, o círculo inteiro representa o total dos dados.

Portanto:

$$100\% = 360^\circ.$$

#### Teorema 4.1: Relação entre porcentagem e ângulo

Em um gráfico de setores:

$$\text{ângulo do setor} = \frac{\text{porcentagem}}{100} \cdot 360^\circ.$$

Como:

$$\frac{360^\circ}{100} = 3,6^\circ,$$

também podemos escrever:

$$\text{ângulo do setor} = \text{porcentagem} \cdot 3,6^\circ.$$

#### Exemplo

Um setor representa 25% do total. Qual é seu ângulo central?

$$25\% \cdot 3,6^\circ = 90^\circ.$$

Logo:

$$25\% \leftrightarrow 90^\circ.$$

#### Exemplo

Um setor representa 40% do total. Qual é seu ângulo central?

$$40 \cdot 3,6^\circ = 144^\circ.$$

Logo:

$$144^\circ.$$

| Porcentagem | Ângulo central |
|-------------|----------------|
| 100%        | 360°           |
| 50%         | 180°           |
| 25%         | 90°            |
| 10%         | 36°            |
| 5%          | 18°            |
| 1%          | 3,6°           |

## 5 Frequência absoluta, relativa e porcentagem

### Definição 5.1: Frequência absoluta

Frequência absoluta é o número de vezes que uma categoria aparece nos dados.

### Definição 5.2: Frequência relativa

Frequência relativa é a razão entre a frequência absoluta da categoria e o total de dados.

### Teorema 5.1: Frequência relativa

A frequência relativa é calculada por:

$$\text{frequência relativa} = \frac{\text{frequência absoluta}}{\text{total}}.$$

### Teorema 5.2: Porcentagem da categoria

A porcentagem de uma categoria é dada por:

$$\text{porcentagem} = \frac{\text{frequência absoluta}}{\text{total}} \cdot 100\%.$$

### Exemplo

Em uma turma de 30 alunos, 12 preferem futebol.

A frequência absoluta de futebol é:

$$12.$$

A frequência relativa é:

$$\frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

A porcentagem é:

$$0,4 \cdot 100\% = 40\%.$$

### Observação

Para construir um gráfico de setores, geralmente precisamos transformar frequências em porcentagens e depois em ângulos centrais.

## 6 Da frequência ao ângulo central

Quando temos frequências absolutas, podemos calcular diretamente o ângulo central de cada setor.

### Teorema 6.1: Ângulo a partir da frequência

Em um gráfico de setores:

$$\text{ângulo do setor} = \frac{\text{frequência da categoria}}{\text{frequência total}} \cdot 360^\circ.$$

#### Exemplo

Uma pesquisa com 40 alunos perguntou o esporte preferido.

| Esporte  | Frequência |
|----------|------------|
| Futebol  | 16         |
| Vôlei    | 10         |
| Basquete | 8          |
| Natação  | 6          |

Total:

$$16 + 10 + 8 + 6 = 40.$$

Para futebol:

$$\frac{16}{40} \cdot 360^\circ = 0,4 \cdot 360^\circ = 144^\circ.$$

Para vôlei:

$$\frac{10}{40} \cdot 360^\circ = 0,25 \cdot 360^\circ = 90^\circ.$$

Para basquete:

$$\frac{8}{40} \cdot 360^\circ = 0,2 \cdot 360^\circ = 72^\circ.$$

Para natação:

$$\frac{6}{40} \cdot 360^\circ = 0,15 \cdot 360^\circ = 54^\circ.$$

$$144^\circ + 90^\circ + 72^\circ + 54^\circ = 360^\circ.$$

| Esporte  | Frequência | Porcentagem | Ângulo |
|----------|------------|-------------|--------|
| Futebol  | 16         | 40%         | 144°   |
| Vôlei    | 10         | 25%         | 90°    |
| Basquete | 8          | 20%         | 72°    |
| Natação  | 6          | 15%         | 54°    |
| Total    | 40         | 100%        | 360°   |

## 7 Construção de um gráfico de setores

### Método

Para construir um gráfico de setores:

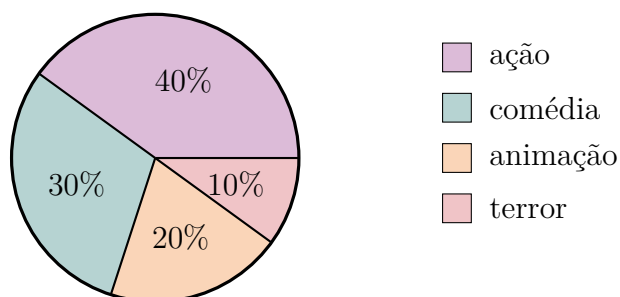
- 1) organize os dados em uma tabela;
- 2) calcule o total de respostas;
- 3) calcule a porcentagem de cada categoria;
- 4) calcule o ângulo central de cada setor;
- 5) desenhe um círculo com compasso;
- 6) marque o centro do círculo;
- 7) use o transferidor para marcar os ângulos;
- 8) pinte ou identifique cada setor;
- 9) faça uma legenda;
- 10) coloque título no gráfico.

### Exemplo

Uma pesquisa com 20 alunos mostrou a preferência por gêneros de filmes.

| Gênero   | Frequência | Porcentagem | Ângulo |
|----------|------------|-------------|--------|
| Ação     | 8          | 40%         | 144°   |
| Comédia  | 6          | 30%         | 108°   |
| Animação | 4          | 20%         | 72°    |
| Terror   | 2          | 10%         | 36°    |
| Total    | 20         | 100%        | 360°   |

O gráfico correspondente é:



Preferência por gêneros de filmes

## 8 Leitura de gráficos de setores

### Método

Para interpretar um gráfico de setores:

- 1) leia o título do gráfico;
- 2) observe as categorias;
- 3) verifique a legenda;
- 4) compare o tamanho dos setores;
- 5) leia as porcentagens, se estiverem indicadas;
- 6) identifique a categoria maior e a menor;
- 7) interprete as informações no contexto.

### Exemplo

Em um gráfico de setores sobre meios de transporte, temos:

- ônibus: 45%;
- carro: 25%;
- a pé: 20%;
- bicicleta: 10%.

A maior categoria é ônibus, com 45%.

A menor categoria é bicicleta, com 10%.

Portanto, entre os entrevistados, o ônibus é o meio de transporte mais usado.

### Atenção

Um gráfico de setores mostra proporções, não necessariamente quantidades absolutas. Para saber as quantidades, precisamos conhecer o total pesquisado.

## 9 Calculando quantidades a partir de porcentagens

Quando conhecemos o total e a porcentagem de uma categoria, podemos calcular a quantidade correspondente.

### Teorema 9.1: Quantidade a partir de porcentagem

Se uma categoria representa  $p\%$  de um total  $T$ , então a quantidade correspondente é:

$$\frac{p}{100} \cdot T.$$

### Exemplo

Uma pesquisa com 200 pessoas foi representada em um gráfico de setores. O setor “transporte público” corresponde a 35%.

Quantas pessoas usam transporte público?

$$35\% \text{ de } 200 = \frac{35}{100} \cdot 200.$$

$$0,35 \cdot 200 = 70.$$

Logo:

70 pessoas.

### Exemplo

Um gráfico de setores mostra que 20% dos 150 alunos entrevistados preferem basquete.

$$20\% \text{ de } 150 = \frac{20}{100} \cdot 150.$$

$$0,2 \cdot 150 = 30.$$

Logo:

30 alunos.

## 10 Calculando porcentagens a partir de ângulos

Como  $360^\circ$  representam 100%, podemos encontrar a porcentagem correspondente a um ângulo.

### Teorema 10.1: Porcentagem a partir do ângulo

Se um setor tem ângulo central  $a$ , então sua porcentagem é:

$$\text{porcentagem} = \frac{a}{360^\circ} \cdot 100\%.$$

### Exemplo

Um setor tem ângulo central de  $72^\circ$ . Qual porcentagem do total ele representa?

$$\frac{72}{360} \cdot 100\% = 0,2 \cdot 100\% = 20\%.$$

Logo:

20%.

### Exemplo

Um setor tem ângulo central de  $90^\circ$ . Qual porcentagem do total ele representa?

$$\frac{90}{360} \cdot 100\% = 0,25 \cdot 100\% = 25\%.$$

Logo:

25%.

## 11 Comparação entre gráficos

### Observação

Gráficos de setores são úteis para comparar partes de um mesmo total. Mas nem sempre são a melhor opção para comparar muitos grupos diferentes.

### Exemplo

Imagine duas turmas com gráficos de setores sobre esporte preferido.

Turma A:

- futebol: 50%;
- vôlei: 25%;
- basquete: 25%.

Turma B:

- futebol: 30%;
- vôlei: 40%;
- basquete: 30%.

Na turma A, futebol é o esporte mais escolhido.

Na turma B, vôlei é o esporte mais escolhido.

### Atenção

Ao comparar gráficos de setores, verifique se os totais são iguais.

50% de uma turma com 20 alunos representa 10 alunos.

50% de uma turma com 40 alunos representa 20 alunos.

## 12 Quando usar gráfico de setores?

### Definição 12.1: Uso adequado do gráfico de setores

O gráfico de setores é adequado quando queremos mostrar como um total está dividido entre poucas categorias.

### Exemplo

Situações adequadas:

- distribuição dos votos entre candidatos;
- preferência por gêneros de filmes;
- divisão de gastos de uma família;
- meios de transporte usados por alunos;
- composição de uma turma por faixa etária.

### Atenção

O gráfico de setores não é ideal quando:

- há muitas categorias;
- as porcentagens são muito parecidas;
- queremos comparar valores ao longo do tempo;
- queremos mostrar evolução mês a mês.

Nesses casos, outros gráficos podem ser mais adequados, como gráficos de barras ou de linhas.

## 13 Erros comuns em gráficos de setores

### Atenção

**Erro 1: As porcentagens não somam 100%.**

Em um gráfico de setores completo, as porcentagens devem somar:

100%.

### Atenção

**Erro 2: Os ângulos não somam 360°.**

Como o círculo completo mede 360°, a soma dos ângulos dos setores deve ser:

360°.

### Atenção

**Erro 3: Confundir porcentagem com ângulo.**

Por exemplo, 25% não significa 25°.

Na verdade:

$$25\% = 90^\circ.$$

### Atenção

**Erro 4: Usar gráfico de setores para dados que não formam um todo.**

As categorias devem representar partes de um mesmo total.

### Atenção

**Erro 5: Esquecer a legenda.**

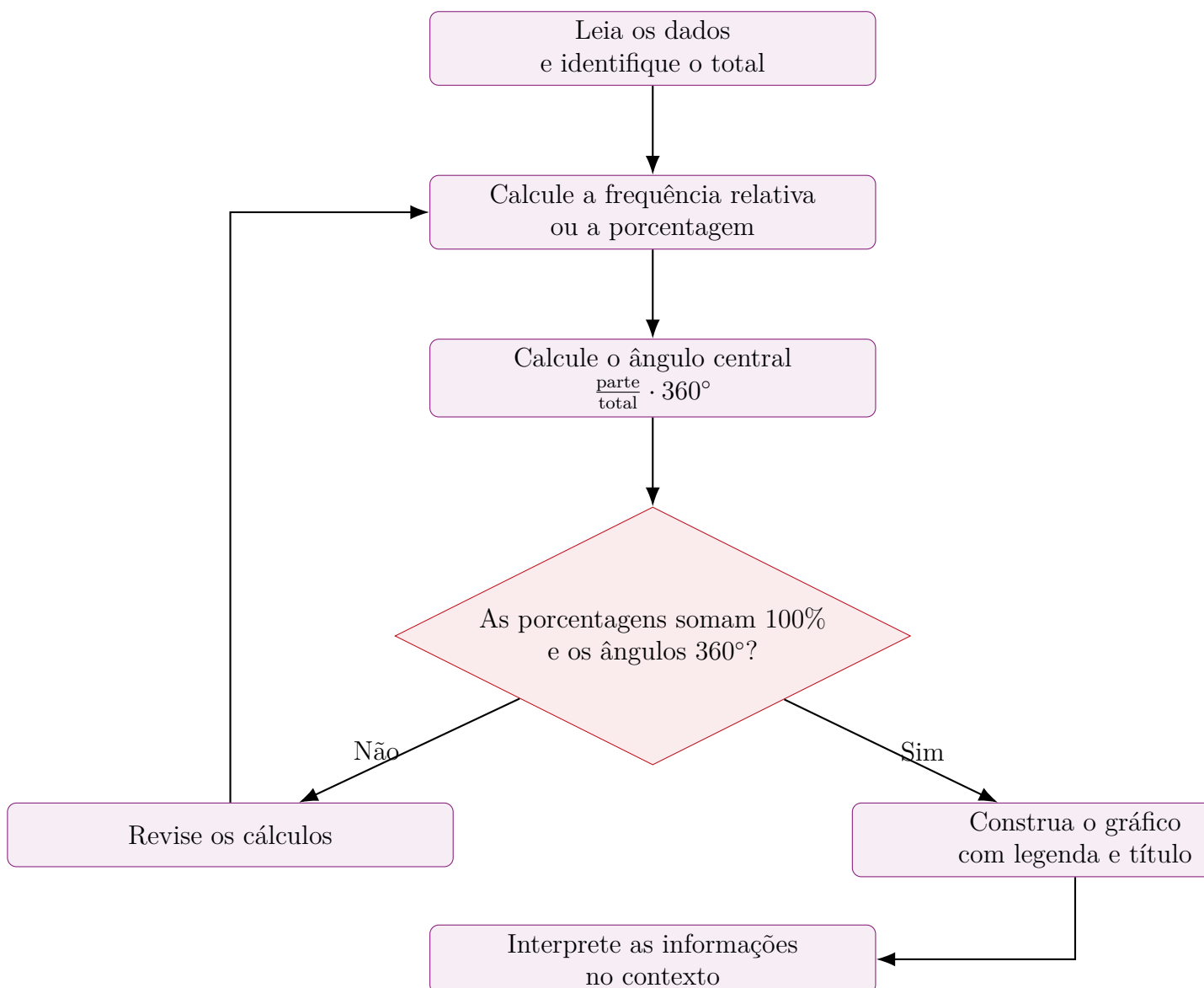
Sem legenda, pode ser difícil saber qual setor representa cada categoria.

### Atenção

**Erro 6: Tirar conclusões sem considerar o total pesquisado.**

Porcentagens iguais podem representar quantidades diferentes se os totais forem diferentes.

## 14 Fluxograma de resolução



## 15 Exercícios de fixação

### Exercício 1

Explique o que é um gráfico de setores.

### Exercício 2

Complete:

- O círculo completo representa \_\_\_\_%.
- O círculo completo mede \_\_\_\_ graus.
- 50% correspondem a \_\_\_\_ graus.

d) 25% correspondem a \_\_\_\_\_ graus.

### Exercício 3

Calcule o ângulo central correspondente a cada porcentagem.

- a) 10%
- b) 20%
- c) 30%
- d) 40%

### Exercício 4

Calcule a porcentagem correspondente a cada ângulo central.

- a)  $36^\circ$
- b)  $72^\circ$
- c)  $90^\circ$
- d)  $180^\circ$

### Exercício 5

Uma pesquisa com 50 alunos obteve os seguintes resultados sobre fruta preferida:

| Fruta   | Frequência |
|---------|------------|
| Banana  | 20         |
| Maçã    | 15         |
| Uva     | 10         |
| Laranja | 5          |

Calcule a porcentagem e o ângulo central de cada categoria.

### Exercício 6

Em um gráfico de setores, um setor mede  $108^\circ$ . Qual porcentagem do total ele representa?

### Exercício 7

Uma pesquisa com 300 pessoas mostrou que 45% preferem transporte público. Quantas pessoas isso representa?

### Exercício 8

Um setor representa 15% de um gráfico de setores. Qual é o ângulo central desse setor?

### Exercício 9

As porcentagens de um gráfico são:

35%, 25%, 20%, 15%.

Esse gráfico está completo? Justifique.

### Exercício 10

Explique por que 25% não correspondem a  $25^\circ$  em um gráfico de setores.

## 16 Correção comentada

### Correção comentada

#### Exercício 1.

Um gráfico de setores é uma representação em que um círculo é dividido em partes chamadas setores.

Cada setor representa uma categoria ou parte do total.

Quanto maior a porcentagem de uma categoria, maior é o setor correspondente.

### Correção comentada

#### Exercício 2.

- a) O círculo completo representa: 100%.
- b) O círculo completo mede:  $360^\circ$ .
- c) 50% correspondem a:  $180^\circ$ .
- d) 25% correspondem a:  $90^\circ$ .

### Correção comentada

#### Exercício 3.

Usamos:

$$\text{ângulo} = \text{porcentagem} \cdot 3,6^\circ.$$

- a)  $10 \cdot 3,6^\circ = 36^\circ$ .
- b)  $20 \cdot 3,6^\circ = 72^\circ$ .

c)

$$30 \cdot 3,6^\circ = 108^\circ.$$

d)

$$40 \cdot 3,6^\circ = 144^\circ.$$

### Correção comentada

#### Exercício 4.

Usamos:

$$\text{porcentagem} = \frac{\text{ângulo}}{360^\circ} \cdot 100\%.$$

a)

$$\frac{36}{360} \cdot 100\% = 10\%.$$

b)

$$\frac{72}{360} \cdot 100\% = 20\%.$$

c)

$$\frac{90}{360} \cdot 100\% = 25\%.$$

d)

$$\frac{180}{360} \cdot 100\% = 50\%.$$

### Correção comentada

#### Exercício 5.

Total:

$$50.$$

Banana:

$$\frac{20}{50} = 0,4 = 40\%.$$

$$40 \cdot 3,6^\circ = 144^\circ.$$

Maçã:

$$\frac{15}{50} = 0,3 = 30\%.$$

$$30 \cdot 3,6^\circ = 108^\circ.$$

Uva:

$$\frac{10}{50} = 0,2 = 20\%.$$

$$20 \cdot 3,6^\circ = 72^\circ.$$

Laranja:

$$\frac{5}{50} = 0,1 = 10\%.$$

$$10 \cdot 3,6^\circ = 36^\circ.$$

Tabela final:

| Fruta   | Frequência | Porcentagem | Ângulo |
|---------|------------|-------------|--------|
| Banana  | 20         | 40%         | 144°   |
| Maçã    | 15         | 30%         | 108°   |
| Uva     | 10         | 20%         | 72°    |
| Laranja | 5          | 10%         | 36°    |
| Total   | 50         | 100%        | 360°   |

### Correção comentada

#### Exercício 6.

Usamos:

$$\text{porcentagem} = \frac{108}{360} \cdot 100\%.$$

$$\frac{108}{360} = 0,3.$$

$$0,3 \cdot 100\% = 30\%.$$

Logo:

30%.

### Correção comentada

#### Exercício 7.

Queremos calcular 45% de 300.

$$45\% = 0,45.$$

$$0,45 \cdot 300 = 135.$$

Logo:

135 pessoas.

### Correção comentada

#### Exercício 8.

O setor representa 15%.

$$15 \cdot 3,6^\circ = 54^\circ.$$

Logo:

$$\boxed{54^\circ}.$$

### Correção comentada

#### Exercício 9.

Somamos as porcentagens:

$$35\% + 25\% + 20\% + 15\% = 95\%.$$

Como a soma não é 100%, o gráfico não está completo.

Faltam:

$$100\% - 95\% = 5\%.$$

### Correção comentada

#### Exercício 10.

Em um gráfico de setores, o círculo completo mede:

$$360^\circ.$$

Esse círculo representa:

$$100\%.$$

Assim, 1% corresponde a:

$$3,6^\circ.$$

Logo:

$$25\% = 25 \cdot 3,6^\circ = 90^\circ.$$

Portanto, 25% não correspondem a 25°, mas sim a:

$$\boxed{90^\circ}.$$

## 17 Lista extra de treino

### Exercício 11

Calcule o ângulo central correspondente a:

- a) 5%
- b) 12,5%
- c) 50%
- d) 75%

### Exercício 12

Calcule a porcentagem correspondente a:

- a)  $18^\circ$
- b)  $45^\circ$
- c)  $120^\circ$
- d)  $270^\circ$

### Exercício 13

Uma pesquisa com 80 alunos apresentou os seguintes resultados:

| Atividade preferida | Frequência |
|---------------------|------------|
| Esportes            | 32         |
| Música              | 24         |
| Leitura             | 16         |
| Jogos               | 8          |

Calcule a porcentagem e o ângulo central de cada categoria.

### Exercício 14

Um gráfico de setores representa os gastos mensais de uma família:

| Categoria   | Porcentagem |
|-------------|-------------|
| Moradia     | 35%         |
| Alimentação | 25%         |
| Transporte  | 15%         |
| Lazer       | 10%         |
| Outros      | 15%         |

Calcule o ângulo central de cada setor.

#### Exercício 15

Em uma pesquisa com 500 pessoas, 28% escolheram a opção A. Quantas pessoas escolheram essa opção?

#### Exercício 16

Um setor de um gráfico mede  $126^\circ$ . Qual porcentagem ele representa?

#### Exercício 17

Uma categoria representa 60 pessoas em uma pesquisa com 240 participantes.

- a) Qual é a porcentagem dessa categoria?
- b) Qual é o ângulo central correspondente?

#### Exercício 18

As porcentagens de um gráfico são:

20%, 30%, 15%, 25%, 10%.

Verifique se o gráfico está completo e calcule os ângulos centrais.

#### Exercício 19

Explique por que o gráfico de setores é adequado para representar partes de um todo.

#### Exercício 20

Dê um exemplo de situação em que seria melhor usar gráfico de barras em vez de gráfico de setores.

## 18 Síntese final

### Resumo essencial

#### 1. Gráfico de setores

É um gráfico em que um círculo é dividido em setores que representam partes de um total.

#### 2. Círculo completo

$$100\% = 360^\circ.$$

#### 3. Relação fundamental

$$1\% = 3,6^\circ.$$

#### 4. Ângulo a partir da porcentagem

$$\text{ângulo} = \frac{\text{porcentagem}}{100} \cdot 360^\circ.$$

ou

$$\text{ângulo} = \text{porcentagem} \cdot 3,6^\circ.$$

### 5. Porcentagem a partir do ângulo

$$\text{porcentagem} = \frac{\text{ângulo}}{360^\circ} \cdot 100\%.$$

### 6. Frequência relativa

$$\text{frequência relativa} = \frac{\text{frequência absoluta}}{\text{total}}.$$

### 7. Porcentagem da categoria

$$\text{porcentagem} = \frac{\text{frequência absoluta}}{\text{total}} \cdot 100\%.$$

### 8. Ângulo a partir da frequência

$$\text{ângulo} = \frac{\text{frequência da categoria}}{\text{frequência total}} \cdot 360^\circ.$$

### 9. Verificação

Em um gráfico completo:

$$\text{soma das porcentagens} = 100\%.$$

$$\text{soma dos ângulos} = 360^\circ.$$

### 10. Ideia fundamental

O gráfico de setores mostra como um todo está dividido em partes.

## Fim do módulo

### Gráficos de Setores