

Frações e seus Significados

Curso de Matemática – 7º Ano

Objetivos da aula

Ao final deste módulo, o estudante deverá ser capaz de:

- 1) compreender fração como parte de um todo;
- 2) compreender fração como quociente, isto é, como divisão;
- 3) compreender fração como razão entre grandezas;
- 4) compreender fração como medida na reta numérica;
- 5) compreender fração como operador de uma quantidade;
- 6) identificar numerador e denominador;
- 7) reconhecer frações próprias, impróprias, aparentes e números mistos;
- 8) construir frações equivalentes;
- 9) simplificar frações;
- 10) comparar e ordenar frações;
- 11) resolver problemas envolvendo diferentes significados de fração.

Sumário

1	Ideia central do capítulo	3
2	O que é uma fração?	3
3	Fração como parte de um todo	4
4	Fração como quociente	5
5	Fração como medida	6
6	Fração como razão	7
7	Fração como operador	8
8	Tipos de frações	9

9	Frações equivalentes	12
10	Simplificação de frações	14
11	Comparação de frações	15
11.1	Frações com mesmo denominador	15
11.2	Frações com mesmo numerador	16
11.3	Frações com denominadores diferentes	16
12	Ordenação de frações	17
13	Frações na reta numérica	18
14	Fração, decimal e porcentagem	19
15	Fluxograma de interpretação	20
16	Erros comuns	20
17	Exercícios de fixação	22
18	Correção comentada	23
19	Lista extra de treino	29
20	Síntese final	30

1 Ideia central do capítulo

As frações surgem quando precisamos representar quantidades que não são necessariamente inteiras.

Por exemplo:

- metade de uma pizza;
- três quartos de um litro;
- duas partes de cinco;
- 3 chocolates divididos igualmente entre 4 pessoas;
- 20 alunos de uma turma de 30;
- $\frac{2}{3}$ de 90 reais.

Em todos esses casos, usamos frações para representar relações entre partes, divisões, medidas ou comparações.

Resumo essencial

A ideia central deste capítulo é:

Uma fração representa uma relação entre dois números inteiros.

A forma geral de uma fração é:

$$\frac{a}{b},$$

com $b \neq 0$.

2 O que é uma fração?

Definição 2.1: Fração

Uma fração é uma escrita da forma:

$$\frac{a}{b},$$

em que a e b são números inteiros e $b \neq 0$.

O número a é chamado de numerador e o número b é chamado de denominador.

Notação

Na fração:

$$\frac{3}{5},$$

temos:

3 é o numerador

e

5 é o denominador.

Definição 2.2: Numerador

O numerador é o número que fica na parte de cima da fração.
Ele indica quantas partes estão sendo consideradas.

Definição 2.3: Denominador

O denominador é o número que fica na parte de baixo da fração.
Ele indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido.

Exemplo

Na fração:

$$\frac{4}{7},$$

o denominador 7 indica que o inteiro foi dividido em 7 partes iguais.
O numerador 4 indica que estamos considerando 4 dessas partes.

Atenção

O denominador de uma fração nunca pode ser zero.
Expressões como:

$$\frac{3}{0}$$

não têm significado matemático, pois não existe divisão por zero.

3 Fração como parte de um todo

Definição 3.1: Fração como parte de um todo

Uma fração pode representar uma parte de um inteiro dividido em partes iguais.
Na fração:

$$\frac{a}{b},$$

o denominador b indica em quantas partes iguais o todo foi dividido, e o numerador a indica quantas dessas partes foram escolhidas.

Exemplo

Se uma pizza foi dividida em 8 fatias iguais e uma pessoa comeu 3 fatias, a parte comida é:

$$\frac{3}{8}.$$

O denominador 8 indica o total de partes iguais.

O numerador 3 indica quantas partes foram comidas.



Observação

Para uma fração representar parte de um todo, é essencial que o todo esteja dividido em partes iguais.

Se as partes não forem iguais, a representação fracionária como parte de um todo não é correta.

Atenção

A figura abaixo não representa corretamente $\frac{1}{2}$, pois as duas partes não têm o mesmo tamanho.



4 Fração como quociente

Definição 4.1: Fração como quociente

Uma fração também pode representar uma divisão.

A fração:

$$\frac{a}{b}$$

representa a divisão:

$$a \div b,$$

com $b \neq 0$.

Teorema 4.1: Toda fração representa uma divisão

Para todo $a \in \mathbb{Z}$ e todo $b \in \mathbb{Z}$, com $b \neq 0$, temos:

$$\frac{a}{b} = a \div b.$$

Exemplo

A fração:

$$\frac{3}{4}$$

pode ser lida como:

$$3 \div 4.$$

Ou seja, significa dividir 3 unidades em 4 partes iguais.

Exemplo

Três chocolates serão divididos igualmente entre quatro crianças. Quanto cada criança receberá?

A divisão é:

$$3 \div 4.$$

Em forma de fração:

$$3 \div 4 = \frac{3}{4}.$$

Logo, cada criança receberá:

$$\frac{3}{4} \text{ de chocolate.}$$

Observação

A fração como quociente é muito importante porque mostra que nem toda divisão precisa ter resultado inteiro.

Por exemplo:

$$1 \div 2 = \frac{1}{2}.$$

5 Fração como medida

Definição 5.1: Fração como medida

Uma fração pode representar uma medida na reta numérica.

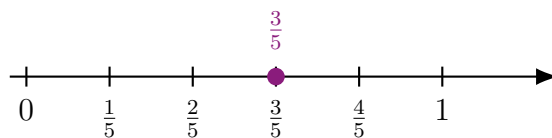
Nesse caso, a unidade é dividida em partes iguais, e a fração indica uma posição ou comprimento.

Exemplo

A fração:

$$\frac{3}{5}$$

pode representar o ponto que fica a 3 partes de 5 entre 0 e 1.



Observação

Na reta numérica, a fração deixa de ser apenas uma parte pintada de uma figura. Ela passa a representar um número, isto é, uma posição.

Exemplo

A fração:

$$\frac{7}{4}$$

é maior que 1, pois:

$$\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}.$$

Na reta numérica, ela fica entre 1 e 2.

6 Fração como razão

Definição 6.1: Fração como razão

Uma fração pode representar uma razão, isto é, uma comparação entre duas quantidades. A razão entre a e b , com $b \neq 0$, é:

$$\frac{a}{b}.$$

Exemplo

Em uma turma, há 12 meninas e 18 meninos.

A razão entre o número de meninas e o número de meninos é:

$$\frac{12}{18}.$$

Simplificando:

$$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}.$$

Isso significa que, para cada 2 meninas, há 3 meninos, mantendo a mesma proporção.

Exemplo

Uma receita usa 2 xícaras de farinha para 3 xícaras de leite.

A razão entre farinha e leite é:

$$\frac{2}{3}.$$

Isso não significa necessariamente que há um todo dividido em 3 partes. Aqui, a fração está comparando duas grandezas.

Atenção

Na fração como razão, nem sempre estamos falando de “partes de um mesmo todo”. Por exemplo, a razão:

$$\frac{\text{meninas}}{\text{meninos}}$$

compara duas quantidades diferentes.

7 Fração como operador

Definição 7.1: Fração como operador

Uma fração pode funcionar como um operador sobre uma quantidade. Calcular:

$$\frac{a}{b} \text{ de } Q$$

significa dividir Q em b partes iguais e tomar a dessas partes.

Teorema 7.1: Fórmula da fração de uma quantidade

Para calcular:

$$\frac{a}{b} \text{ de } Q,$$

fazemos:

$$\frac{a}{b} \cdot Q.$$

Equivalentemente:

$$\frac{a}{b} \cdot Q = \frac{a \cdot Q}{b}.$$

Exemplo

Calcule:

$$\frac{2}{5} \text{ de } 30.$$

Primeiro, dividimos 30 por 5:

$$30 \div 5 = 6.$$

Depois, tomamos 2 partes:

$$2 \cdot 6 = 12.$$

Logo:

$$\frac{2}{5} \text{ de } 30 = 12.$$

Exemplo

Calcule:

$$\frac{3}{4} \text{ de } 80.$$

$$80 \div 4 = 20.$$

$$3 \cdot 20 = 60.$$

Logo:

$$\frac{3}{4} \text{ de } 80 = 60.$$

Observação

A fração como operador aparece muito em problemas com:

- dinheiro;
- tempo;
- quantidade de pessoas;
- receitas;
- descontos;
- divisões proporcionais.

8 Tipos de frações

Definição 8.1: Fração própria

Uma fração é chamada de própria quando seu numerador é menor que seu denominador. Nesse caso, a fração representa um número menor que 1.

Exemplo

$$\frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{7}{10}$$

são frações próprias, pois o numerador é menor que o denominador.

Definição 8.2: Fração imprópria

Uma fração é chamada de imprópria quando seu numerador é maior que seu denominador. Nesse caso, a fração representa um número maior que 1.

Exemplo

$$\frac{7}{4}, \frac{9}{5}, \frac{13}{6}$$

são frações impróprias.

Definição 8.3: Fração aparente

Uma fração é chamada de aparente quando representa um número inteiro. Isso acontece quando o numerador é múltiplo do denominador.

Exemplo

$$\frac{8}{4} = 2.$$

$$\frac{15}{5} = 3.$$

$$\frac{21}{7} = 3.$$

Essas são frações aparentes.

Definição 8.4: Número misto

Um número misto é uma escrita formada por uma parte inteira e uma parte fracionária. Por exemplo:

$$2\frac{1}{3}.$$

Essa escrita significa:

$$2 + \frac{1}{3}.$$

Exemplo

A fração imprópria:

$$\frac{7}{3}$$

pode ser escrita como número misto.

Como:

$$7 \div 3 = 2 \text{ com resto } 1,$$

temos:

$$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}.$$

Método

Para transformar uma fração imprópria em número misto:

- 1) divida o numerador pelo denominador;
- 2) o quociente será a parte inteira;
- 3) o resto será o novo numerador;
- 4) o denominador permanece o mesmo.

Exemplo

Transforme:

$$\frac{17}{5}$$

em número misto.

Fazemos:

$$17 \div 5 = 3 \text{ com resto } 2.$$

Logo:

$$\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}.$$

Método

Para transformar um número misto em fração imprópria:

- 1) multiplique a parte inteira pelo denominador;
- 2) some o numerador;
- 3) mantenha o mesmo denominador.

Exemplo

Transforme:

$$4\frac{2}{3}$$

em fração imprópria.

Multiplicamos:

$$4 \cdot 3 = 12.$$

Somamos o numerador:

$$12 + 2 = 14.$$

Mantemos o denominador 3:

$$4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}.$$

9 Frações equivalentes

Definição 9.1: Frações equivalentes

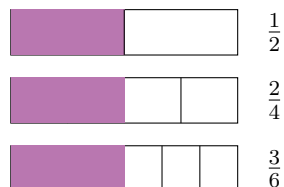
Duas frações são equivalentes quando representam a mesma quantidade, a mesma medida ou o mesmo número.

Exemplo

As frações:

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{2}{4}, \quad \frac{3}{6}, \quad \frac{4}{8}$$

são equivalentes, pois todas representam metade do inteiro.



Teorema 9.1: Construção de frações equivalentes

Se multiplicarmos ou dividirmos o numerador e o denominador de uma fração pelo mesmo número natural positivo, obtemos uma fração equivalente.

Isto é, se $k \neq 0$, então:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}.$$

Demonstração intuitiva.

Multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo número significa dividir o inteiro em mais partes, mas escolher proporcionalmente mais partes também.

Por exemplo:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}.$$

Na primeira fração, o inteiro foi dividido em 2 partes e escolhemos 1.

Na segunda, o inteiro foi dividido em 4 partes e escolhemos 2.

A quantidade representada continua a mesma. $\square$

Exemplo

Construa três frações equivalentes a:

$$\frac{3}{5}.$$

Multiplicando por 2:

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}.$$

Multiplicando por 3:

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}.$$

Multiplicando por 4:

$$\frac{3}{5} = \frac{12}{20}.$$

Logo:

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20}.$$

Teorema 9.2: Teste de equivalência por produtos cruzados

Duas frações:

$$\frac{a}{b} \text{ e } \frac{c}{d},$$

com $b \neq 0$ e $d \neq 0$, são equivalentes se:

$$a \cdot d = b \cdot c.$$

Exemplo

Verifique se:

$$\frac{2}{3} \text{ e } \frac{8}{12}$$

são equivalentes.

Calculamos os produtos cruzados:

$$2 \cdot 12 = 24.$$

$$3 \cdot 8 = 24.$$

Como os produtos são iguais, as frações são equivalentes:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}.$$

10 Simplificação de frações

Definição 10.1: Simplificar uma fração

Simplificar uma fração significa encontrar uma fração equivalente com numerador e denominador menores.

Método

Para simplificar uma fração:

- 1) encontre um divisor comum do numerador e do denominador;
- 2) divida numerador e denominador por esse mesmo divisor;
- 3) repita o processo até não ser mais possível simplificar.

Exemplo

Simplifique:

$$\frac{12}{18}.$$

Podemos dividir numerador e denominador por 6:

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6}.$$

$$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}.$$

Logo:

$$\boxed{\frac{12}{18} = \frac{2}{3}}.$$

Definição 10.2: Fração irredutível

Uma fração é irredutível quando o numerador e o denominador não possuem divisor comum maior que 1.

Em outras palavras, a fração não pode mais ser simplificada.

Teorema 10.1: Simplificação pelo MDC

Para simplificar completamente uma fração:

$$\frac{a}{b},$$

podemos dividir o numerador e o denominador por:

$$\text{mdc}(a, b).$$

Exemplo

Simplifique completamente:

$$\frac{45}{60}.$$

Calculamos:

$$\text{mdc}(45, 60) = 15.$$

Então:

$$\frac{45}{60} = \frac{45 \div 15}{60 \div 15}.$$

$$\frac{45}{60} = \frac{3}{4}.$$

Logo:

$$\boxed{\frac{45}{60} = \frac{3}{4}}.$$

Observação

Simplificar uma fração não altera o valor da fração. Apenas muda a forma de escrevê-la.

11 Comparação de frações

Comparar frações significa descobrir qual é maior, menor ou se são equivalentes.

11.1 Frações com mesmo denominador

Teorema 11.1: Comparação com mesmo denominador

Se duas frações possuem o mesmo denominador positivo, a maior fração é aquela que possui maior numerador.

Exemplo

Compare:

$$\frac{3}{8} \text{ e } \frac{5}{8}.$$

As frações têm o mesmo denominador.

Como:

então:

$$5 > 3,$$

$$\frac{5}{8} > \frac{3}{8}.$$

11.2 Frações com mesmo numerador

Teorema 11.2: Comparação com mesmo numerador

Se duas frações positivas possuem o mesmo numerador, a maior fração é aquela que possui menor denominador.

Exemplo

Compare:

$$\frac{3}{4} \text{ e } \frac{3}{7}.$$

As duas frações têm numerador 3.

Como dividir o inteiro em 4 partes produz partes maiores do que dividir em 7 partes, temos:

$$\frac{3}{4} > \frac{3}{7}.$$

Atenção

Quando o numerador é o mesmo, denominador maior significa partes menores.
Por isso:

$$\frac{1}{10} < \frac{1}{2}.$$

11.3 Frações com denominadores diferentes

Método

Para comparar frações com denominadores diferentes, podemos:

- 1) encontrar frações equivalentes com o mesmo denominador;
- 2) comparar os numeradores;
- 3) ou usar produtos cruzados.

Exemplo

Compare:

$$\frac{2}{3} \text{ e } \frac{3}{5}.$$

Usando produtos cruzados:

$$2 \cdot 5 = 10.$$

$$3 \cdot 3 = 9.$$

Como:

$$10 > 9,$$

então:

$$\frac{2}{3} > \frac{3}{5}.$$

Exemplo

Compare:

$$\frac{5}{6} \text{ e } \frac{7}{9}.$$

Usando produtos cruzados:

$$5 \cdot 9 = 45.$$

$$6 \cdot 7 = 42.$$

Como:

$$45 > 42,$$

temos:

$$\frac{5}{6} > \frac{7}{9}.$$

12 Ordenação de frações

Método

Para ordenar frações:

- 1) coloque todas com o mesmo denominador, ou;
- 2) transforme em frações equivalentes comparáveis, ou;

3) compare duas a duas usando produtos cruzados.

Exemplo

Coloque em ordem crescente:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}.$$

Vamos usar denominador comum 12.

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{12}.$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}.$$

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}.$$

Agora ordenamos:

$$\frac{6}{12} < \frac{8}{12} < \frac{9}{12}.$$

Logo:

$$\boxed{\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4}}.$$

13 Frações na reta numérica

Definição 13.1: Representação fracionária na reta

Para representar uma fração na reta numérica, dividimos a unidade em partes iguais de acordo com o denominador e marcamos a quantidade indicada pelo numerador.

Exemplo

Represente:

$$\frac{5}{4}$$

na reta numérica.

Como o denominador é 4, dividimos cada unidade em 4 partes iguais.

A fração:

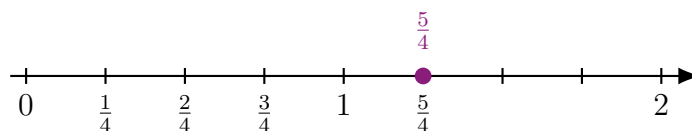
$$\frac{5}{4}$$

significa 5 partes de tamanho $\frac{1}{4}$.

Como:

$$\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4},$$

ela fica entre 1 e 2.



Observação

Frações maiores que 1 aparecem à direita do número 1 na reta numérica.

Frações menores que 1 aparecem entre 0 e 1, quando são positivas.

14 Fração, decimal e porcentagem

Observação

Toda fração pode ser interpretada como uma divisão. Ao realizar essa divisão, podemos obter uma representação decimal.

Exemplo

$$\frac{1}{2} = 1 \div 2 = 0,5.$$

Como:

$$0,5 = 50\%,$$

temos:

$$\frac{1}{2} = 0,5 = 50\%.$$

Fração	Decimal	Porcentagem
$\frac{1}{2}$	0,5	50%
$\frac{1}{4}$	0,25	25%
$\frac{3}{4}$	0,75	75%
$\frac{1}{5}$	0,2	20%
$\frac{1}{10}$	0,1	10%

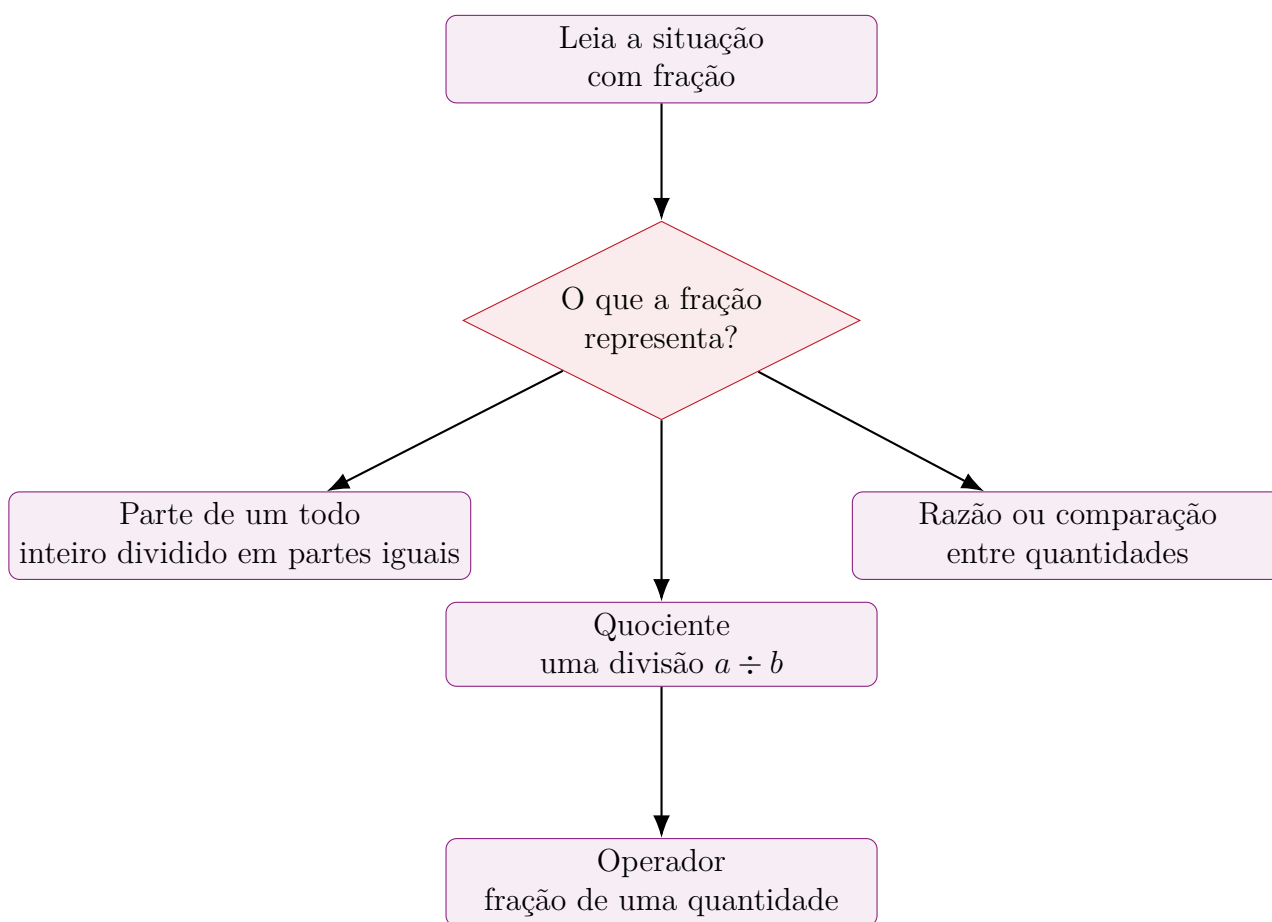
Atenção

Nem toda fração gera um decimal finito.
Por exemplo:

$$\frac{1}{3} = 0,3333 \dots$$

Esse tipo de número será estudado com mais profundidade no módulo de números racionais.

15 Fluxograma de interpretação



16 Erros comuns

Atenção

Erro 1: achar que o denominador indica quantas partes foram escolhidas.
Na fração:

$$\frac{3}{8},$$

o 8 indica em quantas partes o inteiro foi dividido.
O 3 indica quantas partes foram escolhidas.

Atenção

Erro 2: comparar frações olhando apenas os números.

Por exemplo, é errado concluir que:

$$\frac{1}{8} > \frac{1}{3}$$

só porque $8 > 3$.

Na verdade:

$$\frac{1}{8} < \frac{1}{3},$$

pois dividir em 8 partes gera partes menores do que dividir em 3 partes.

Atenção

Erro 3: simplificar apenas o numerador ou apenas o denominador.

Errado:

$$\frac{12}{18} = \frac{6}{18}.$$

Correto:

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}.$$

Sempre dividimos numerador e denominador pelo mesmo número.

Atenção

Erro 4: pensar que toda fração é menor que 1.

Frações como:

$$\frac{7}{4}$$

são maiores que 1, pois o numerador é maior que o denominador.

Atenção

Erro 5: esquecer que as partes devem ser iguais.

Para representar uma fração como parte de um todo, as partes precisam ter o mesmo tamanho.

17 Exercícios de fixação

Exercício 1

Em cada fração, identifique o numerador e o denominador.

$$\frac{3}{7}, \quad \frac{5}{9}, \quad \frac{12}{13}, \quad \frac{8}{3}.$$

Exercício 2

Uma barra de chocolate foi dividida em 10 partes iguais. Ana comeu 4 partes. Que fração da barra Ana comeu?

Exercício 3

Explique o significado da fração:

$$\frac{3}{4}$$

como:

- a) parte de um todo;
- b) quociente;
- c) operador.

Exercício 4

Classifique as frações em próprias, impróprias ou aparentes.

$$\frac{2}{5}, \quad \frac{9}{4}, \quad \frac{12}{6}, \quad \frac{7}{9}, \quad \frac{15}{5}.$$

Exercício 5

Transforme em número misto.

$$\frac{7}{3}, \quad \frac{11}{4}, \quad \frac{17}{5}.$$

Exercício 6

Transforme em fração imprópria.

$$2\frac{1}{4}, \quad 3\frac{2}{5}, \quad 5\frac{3}{7}.$$

Exercício 7

Escreva três frações equivalentes a:

$$\frac{2}{3}.$$

Exercício 8

Simplifique as frações.

$$\frac{8}{12}, \quad \frac{15}{25}, \quad \frac{18}{24}, \quad \frac{36}{48}.$$

Exercício 9

Compare usando $>$, $<$ ou $=$.

$$\frac{3}{5} - \frac{4}{5},$$

$$\frac{2}{7} - \frac{2}{3},$$

$$\frac{5}{6} - \frac{7}{9}.$$

Exercício 10

Calcule:

$$\frac{2}{5} \text{ de } 40,$$

$$\frac{3}{4} \text{ de } 100,$$

$$\frac{5}{6} \text{ de } 72.$$

18 Correção comentada

Correção comentada

Exercício 1.

Na fração:

$$\frac{3}{7},$$

o numerador é 3 e o denominador é 7.

Na fração:

$$\frac{5}{9},$$

o numerador é 5 e o denominador é 9.

Na fração:

$$\frac{12}{13},$$

o numerador é 12 e o denominador é 13.

Na fração:

$$\frac{8}{3},$$

o numerador é 8 e o denominador é 3.

Correção comentada

Exercício 2.

A barra foi dividida em 10 partes iguais.

Ana comeu 4 partes.

Portanto, a fração comida foi:

$$\frac{4}{10}.$$

Essa fração pode ser simplificada:

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}.$$

Logo, Ana comeu:

$$\frac{2}{5} \text{ da barra.}$$

Correção comentada

Exercício 3.

a) Como parte de um todo, $\frac{3}{4}$ significa que o inteiro foi dividido em 4 partes iguais e foram consideradas 3 dessas partes.

b) Como quociente, $\frac{3}{4}$ significa:

$$3 \div 4.$$

c) Como operador, $\frac{3}{4}$ de uma quantidade significa dividir essa quantidade em 4 partes iguais e tomar 3 partes.

Correção comentada

Exercício 4.

$$\frac{2}{5}$$

é própria, pois $2 < 5$.

$$\frac{9}{4}$$

é imprópria, pois $9 > 4$.

$$\frac{12}{6}$$

é aparente, pois:

$$\frac{12}{6} = 2.$$

$$\frac{7}{9}$$

é própria, pois $7 < 9$.

$$\frac{15}{5}$$

é aparente, pois:

$$\frac{15}{5} = 3.$$

Correção comentada

Exercício 5.

$$\frac{7}{3}.$$

Como:

$$7 \div 3 = 2 \text{ com resto } 1,$$

temos:

$$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}.$$

Agora:

$$\frac{11}{4}.$$

Como:

$$11 \div 4 = 2 \text{ com resto } 3,$$

temos:

$$\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}.$$

Por fim:

$$\frac{17}{5}.$$

Como:

$$17 \div 5 = 3 \text{ com resto } 2,$$

temos:

$$\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}.$$

Logo:

$$2\frac{1}{3}, \quad 2\frac{3}{4}, \quad 3\frac{2}{5}.$$

Correção comentada

Exercício 6.

Para transformar número misto em fração imprópria, multiplicamos a parte inteira pelo denominador e somamos o numerador.

$$2\frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}.$$

$$3\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{17}{5}.$$

$$5\frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 7 + 3}{7} = \frac{38}{7}.$$

Logo:

$$\frac{9}{4}, \quad \frac{17}{5}, \quad \frac{38}{7}.$$

Correção comentada

Exercício 7.

Para construir frações equivalentes, multiplicamos numerador e denominador pelo mesmo número.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}.$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{6}{9}.$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}.$$

Logo:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}.$$

Correção comentada

Exercício 8.

$$\frac{8}{12} = \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}.$$

$$\frac{15}{25} = \frac{15 \div 5}{25 \div 5} = \frac{3}{5}.$$

$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 6}{24 \div 6} = \frac{3}{4}.$$

$$\frac{36}{48} = \frac{36 \div 12}{48 \div 12} = \frac{3}{4}.$$

Logo:

$\frac{2}{3}$,	$\frac{3}{5}$,	$\frac{3}{4}$,	$\frac{3}{4}$.
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

Correção comentada

Exercício 9.

Primeira comparação:

$$\frac{3}{5} - \frac{4}{5}.$$

Como os denominadores são iguais, comparamos os numeradores.

Como:

$$3 < 4,$$

temos:

$$\frac{3}{5} < \frac{4}{5}.$$

Segunda comparação:

$$\frac{2}{7} - \frac{2}{3}.$$

Os numeradores são iguais. A maior fração é aquela com menor denominador.

Como:

$$3 < 7,$$

temos:

$$\frac{2}{3} > \frac{2}{7}.$$

Logo:

$$\frac{2}{7} < \frac{2}{3}.$$

Terceira comparação:

$$\frac{5}{6} - \frac{7}{9}.$$

Usamos produtos cruzados:

$$5 \cdot 9 = 45.$$

$$6 \cdot 7 = 42.$$

Como:

$$45 > 42,$$

temos:

$$\frac{5}{6} > \frac{7}{9}.$$

Correção comentada

Exercício 10.

$$\frac{2}{5} \text{ de } 40.$$

Primeiro:

$$40 \div 5 = 8.$$

Depois:

$$2 \cdot 8 = 16.$$

Logo:

$$\frac{2}{5} \text{ de } 40 = 16.$$

Agora:

$$\frac{3}{4} \text{ de } 100.$$

$$100 \div 4 = 25.$$

$$3 \cdot 25 = 75.$$

Logo:

$$\frac{3}{4} \text{ de } 100 = 75.$$

Por fim:

$$\frac{5}{6} \text{ de } 72.$$

$$72 \div 6 = 12.$$

$$5 \cdot 12 = 60.$$

Logo:

$$\frac{5}{6} \text{ de } 72 = 60.$$

Portanto:

$$16, \quad 75, \quad 60.$$

19 Lista extra de treino

Exercício 11

Represente com uma fração:

- a) 5 partes pintadas de um total de 12 partes iguais;
- b) 7 alunos de uma turma de 28;
- c) 3 litros divididos igualmente entre 5 pessoas;
- d) 4 vitórias em 9 jogos.

Exercício 12

Classifique as frações.

$$\frac{4}{9}, \quad \frac{10}{3}, \quad \frac{16}{8}, \quad \frac{21}{7}, \quad \frac{11}{12}.$$

Exercício 13

Transforme em número misto.

$$\frac{13}{4}, \quad \frac{22}{5}, \quad \frac{31}{6}.$$

Exercício 14

Transforme em fração imprópria.

$$1\frac{2}{3}, \quad 6\frac{1}{5}, \quad 4\frac{5}{8}.$$

Exercício 15

Simplifique.

$$\frac{20}{30}, \quad \frac{42}{56}, \quad \frac{63}{81}, \quad \frac{100}{125}.$$

Exercício 16

Compare.

$$\frac{4}{7} - \frac{5}{7}, \quad \frac{3}{8} - \frac{3}{10}, \quad \frac{7}{12} - \frac{5}{8}.$$

Exercício 17

Coloque em ordem crescente:

$$\frac{1}{3}, \quad \frac{3}{5}, \quad \frac{1}{2}.$$

Exercício 18

Calcule:

$$\frac{3}{5} \text{ de } 60, \quad \frac{7}{10} \text{ de } 90, \quad \frac{4}{9} \text{ de } 81.$$

Exercício 19

Uma receita usa $\frac{3}{4}$ de xícara de açúcar. Se a receita for dobrada, quanto açúcar será usado?

Exercício 20

Explique com suas palavras a diferença entre fração como parte de um todo e fração como razão.

20 Síntese final

Resumo essencial

1. Forma geral de uma fração

$$\frac{a}{b}, \quad b \neq 0.$$

2. Numerador

Indica quantas partes são consideradas.

3. Denominador

Indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido.

4. Fração como parte de um todo

Representa partes iguais de um inteiro.

5. Fração como quociente

$$\frac{a}{b} = a \div b.$$

6. Fração como medida

Representa uma posição ou comprimento na reta numérica.

7. Fração como razão

Compara duas quantidades.

8. Fração como operador

$$\frac{a}{b} \text{ de } Q = \frac{a}{b} \cdot Q.$$

9. Frações equivalentes

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}.$$

10. Simplificação

Dividimos numerador e denominador pelo mesmo divisor comum.

11. Comparação

Mesmo denominador: maior numerador indica maior fração.

Mesmo numerador: menor denominador indica maior fração.

Denominadores diferentes: use equivalência ou produtos cruzados.

Fim do módulo

Frações e seus significados