

Área de Figuras Planas

Curso de Matemática – 7º Ano

Objetivos da aula

Ao final deste módulo, o estudante deverá ser capaz de:

- 1) compreender o conceito de área;
- 2) reconhecer área como medida de uma superfície;
- 3) diferenciar área e perímetro;
- 4) usar unidades quadradas;
- 5) calcular áreas por contagem de quadradinhos;
- 6) calcular área de retângulos;
- 7) calcular área de quadrados;
- 8) calcular área de paralelogramos;
- 9) calcular área de triângulos;
- 10) calcular área de trapézios;
- 11) calcular área de losangos;
- 12) decompor figuras planas em figuras conhecidas;
- 13) compor figuras para facilitar cálculos de área;
- 14) resolver problemas envolvendo área em situações cotidianas;
- 15) converter unidades simples de área;
- 16) avaliar se uma resposta de área é razoável.

Sumário

1	Ideia central do capítulo	3
2	O que é área?	3
3	Área por contagem de quadradinhos	4
4	Área e perímetro	5

5	Área do retângulo	6
6	Área do quadrado	6
7	Área do paralelogramo	8
8	Área do triângulo	9
9	Área do trapézio	10
10	Área do losango	11
11	Figuras compostas	12
12	Área por composição e subtração	13
13	Conversões simples de unidades de área	14
14	Problemas inversos	15
15	Situações práticas	17
16	Fluxograma de resolução	18
17	Erros comuns	18
18	Exercícios de fixação	19
19	Correção comentada	20
20	Lista extra de treino	24
21	Síntese final	25

1 Ideia central do capítulo

A área mede o tamanho de uma superfície.

Por exemplo:

- a área de um piso indica quanto espaço ele ocupa no chão;
- a área de uma parede indica quanto espaço precisa ser pintado;
- a área de um terreno indica o tamanho da região ocupada por ele;
- a área de uma figura plana indica o tamanho de sua superfície.

Resumo essencial

A ideia central deste módulo é:

Área é a medida da superfície de uma figura plana.

Para calcular áreas, muitas vezes usamos:

- contagem de unidades quadradas;
- fórmulas;
- decomposição de figuras;
- composição de figuras.

2 O que é área?

Definição 2.1: Área

Área é a medida da superfície ocupada por uma figura plana.

Exemplo

A superfície de uma folha de papel tem área.

A superfície de uma mesa tem área.

A região interna de um retângulo desenhado no caderno tem área.

Definição 2.2: Unidade quadrada

Uma unidade quadrada é a área de um quadrado cujo lado mede uma unidade.

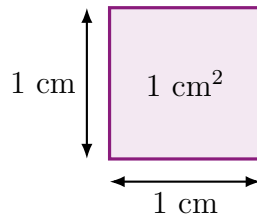
Exemplo

Um quadrado de lado 1 cm tem área:

$$1 \text{ cm}^2.$$

Lemos:

“um centímetro quadrado”.



Observação

Se uma figura pode ser coberta por 24 quadrados de 1 cm^2 , então sua área é:

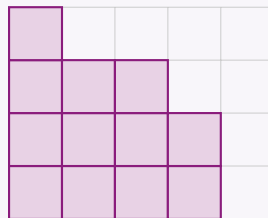
24 cm^2 .

3 Área por contagem de quadradinhos

Uma forma inicial de calcular área é contar quantas unidades quadradas cabem dentro de uma figura.

Exemplo

A figura abaixo ocupa 12 quadradinhos. Se cada quadradinho representa 1 cm^2 , então a área da figura é 12 cm^2 .



área = 12 cm^2

Método

Para calcular área por contagem:

- 1) observe a unidade quadrada usada;
- 2) conte os quadradinhos inteiros;
- 3) junte partes de quadradinhos, se houver;
- 4) escreva a resposta com unidade quadrada.

Atenção

Não basta contar os quadradinhos da borda. Para área, contamos a superfície interna da figura.

4 Área e perímetro

Definição 4.1: Perímetro

Perímetro é a medida do contorno de uma figura plana.

Definição 4.2: Área e perímetro

Área mede a superfície.

Perímetro mede o contorno.

Conceito	O que mede	Unidade
Perímetro	contorno da figura	cm, m, km
Área	superfície da figura	cm ² , m ² , km ²

Exemplo

Um retângulo de lados 6 cm e 4 cm tem:

$$P = 6 + 4 + 6 + 4 = 20 \text{ cm.}$$

Sua área é:

$$A = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2.$$

Observe que perímetro e área têm unidades diferentes.

Atenção

Não confunda:

perímetro $\Rightarrow$ unidade linear

área $\Rightarrow$ unidade quadrada

5 Área do retângulo

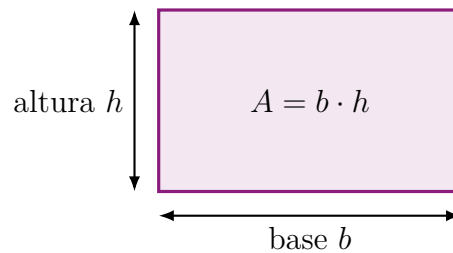
Definição 5.1: Retângulo

Um retângulo é um quadrilátero que possui quatro ângulos retos.

Teorema 5.1: Área do retângulo

A área de um retângulo é dada pelo produto da base pela altura:

$$A = b \cdot h.$$



Exemplo

Calcule a área de um retângulo de base 8 cm e altura 5 cm.

$$A = b \cdot h.$$

$$A = 8 \cdot 5 = 40.$$

Logo:

$$A = 40 \text{ cm}^2.$$

Exemplo

Um terreno retangular mede 20 m de comprimento e 12 m de largura. Sua área é:

$$A = 20 \cdot 12 = 240.$$

Logo:

$$A = 240 \text{ m}^2.$$

6 Área do quadrado

Definição 6.1: Quadrado

Um quadrado é um quadrilátero que possui quatro lados congruentes e quatro ângulos retos.

Teorema 6.1: Área do quadrado

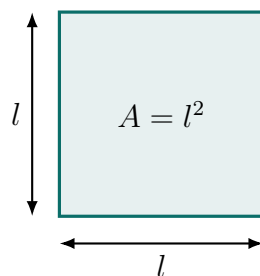
A área de um quadrado de lado l é:

$$A = l^2.$$

Observação

Como o quadrado é um retângulo com base e altura iguais, temos:

$$A = l \cdot l = l^2.$$



Exemplo

Calcule a área de um quadrado de lado 7 cm.

$$A = l^2.$$

$$A = 7^2 = 49.$$

Logo:

$$A = 49 \text{ cm}^2.$$

Exemplo

Uma sala quadrada tem lado de 4,5 m. Sua área é:

$$A = 4,5^2.$$

$$A = 4,5 \cdot 4,5 = 20,25.$$

Logo:

$$A = 20,25 \text{ m}^2.$$

7 Área do paralelogramo

Definição 7.1: Paralelogramo

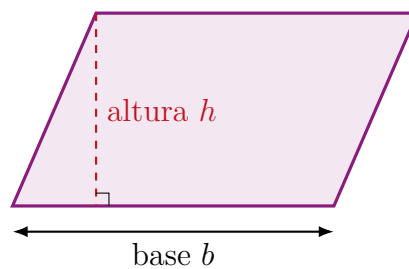
Um paralelogramo é um quadrilátero que possui dois pares de lados opostos paralelos.

Teorema 7.1: Área do paralelogramo

A área de um paralelogramo é dada por:

$$A = b \cdot h,$$

em que b é a base e h é a altura correspondente.



Observação

A altura do paralelogramo é a distância perpendicular entre a base e o lado oposto.

Exemplo

Calcule a área de um paralelogramo de base 10 cm e altura 6 cm.

$$A = b \cdot h.$$

$$A = 10 \cdot 6 = 60.$$

Logo:

$$A = 60 \text{ cm}^2.$$

Atenção

No paralelogramo, não devemos multiplicar a base pelo lado inclinado, a menos que esse lado inclinado seja a altura.

A altura precisa ser perpendicular à base.

8 Área do triângulo

Teorema 8.1: Área do triângulo

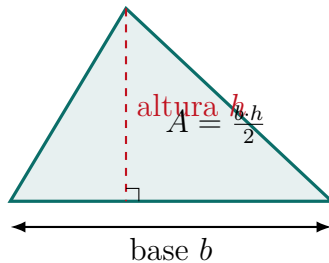
A área de um triângulo é dada por:

$$A = \frac{b \cdot h}{2},$$

em que b é a base e h é a altura correspondente.

Observação

Um triângulo pode ser visto como metade de um paralelogramo. Por isso, sua área é metade de $b \cdot h$.



Exemplo

Calcule a área de um triângulo de base 12 cm e altura 7 cm.

$$A = \frac{b \cdot h}{2}.$$

$$A = \frac{12 \cdot 7}{2}.$$

$$A = \frac{84}{2} = 42.$$

Logo:

$$\boxed{A = 42 \text{ cm}^2}.$$

Exemplo

Um triângulo tem base 9 m e altura 4 m. Sua área é:

$$A = \frac{9 \cdot 4}{2}.$$

$$A = \frac{36}{2} = 18.$$

Logo:

$$\boxed{A = 18 \text{ m}^2}.$$

Atenção

No triângulo, base e altura precisam ser correspondentes.
A altura deve ser perpendicular à reta que contém a base.

9 Área do trapézio

Definição 9.1: Trapézio

Um trapézio é um quadrilátero que possui pelo menos um par de lados paralelos.

Definição 9.2: Bases do trapézio

As bases de um trapézio são seus lados paralelos.

Normalmente chamamos:

B = base maior

e

b = base menor.

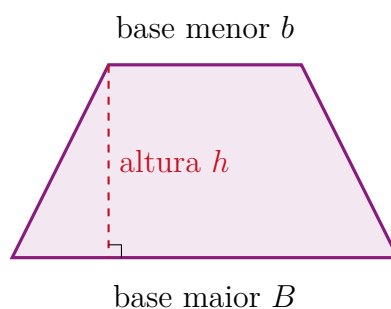
Teorema 9.1: Área do trapézio

A área de um trapézio é dada por:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2},$$

em que:

- B é a base maior;
- b é a base menor;
- h é a altura.



Exemplo

Calcule a área de um trapézio com base maior 10 cm, base menor 6 cm e altura 4 cm.

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}.$$

$$A = \frac{(10 + 6) \cdot 4}{2}.$$

$$A = \frac{16 \cdot 4}{2}.$$

$$A = \frac{64}{2} = 32.$$

Logo:

$$A = 32 \text{ cm}^2.$$

Exemplo

Um terreno em forma de trapézio possui bases de 18 m e 12 m, com altura 9 m. Sua área é:

$$A = \frac{(18 + 12) \cdot 9}{2}.$$

$$A = \frac{30 \cdot 9}{2} = \frac{270}{2} = 135.$$

Logo:

$$A = 135 \text{ m}^2.$$

10 Área do losango

Definição 10.1: Losango

Um losango é um quadrilátero que possui os quatro lados com a mesma medida.

Definição 10.2: Diagonais do losango

As diagonais do losango são os segmentos que ligam vértices opostos.

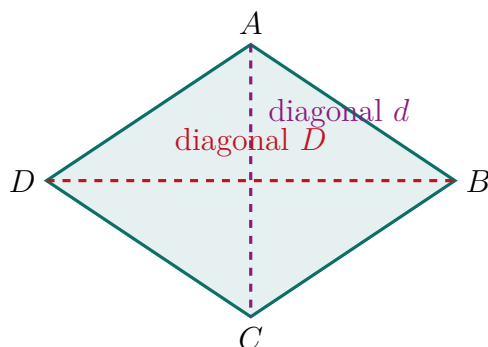
Teorema 10.1: Área do losango

A área de um losango é dada por:

$$A = \frac{D \cdot d}{2},$$

em que:

- D é a diagonal maior;
- d é a diagonal menor.



Exemplo

Calcule a área de um losango cujas diagonais medem 12 cm e 8 cm.

$$A = \frac{D \cdot d}{2}.$$

$$A = \frac{12 \cdot 8}{2}.$$

$$A = \frac{96}{2} = 48.$$

Logo:

$$A = 48 \text{ cm}^2.$$

Observação

O quadrado também é um losango, pois possui quatro lados iguais. Porém, para o quadrado, costuma ser mais simples usar:

$$A = l^2.$$

11 Figuras compostas

Definição 11.1: Figura composta

Uma figura composta é uma figura formada pela união de duas ou mais figuras simples.

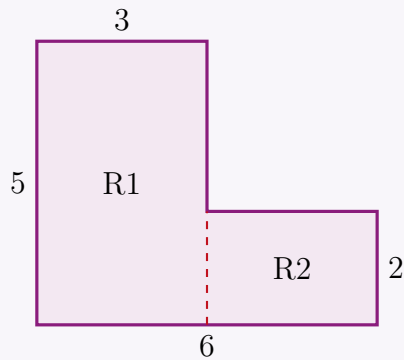
Método

Para calcular a área de uma figura composta por decomposição:

- 1) divida a figura em partes conhecidas;
- 2) calcule a área de cada parte;
- 3) some as áreas das partes;
- 4) escreva a unidade quadrada.

Exemplo

A figura abaixo pode ser dividida em dois retângulos.



Podemos calcular:

$$A_1 = 3 \cdot 5 = 15.$$

$$A_2 = 3 \cdot 2 = 6.$$

Área total:

$$A = 15 + 6 = 21.$$

Logo:

$$A = 21 \text{ unidades}^2.$$

12 Área por composição e subtração

Em alguns casos, é mais fácil calcular a área de uma figura maior e subtrair a parte que não pertence à figura.

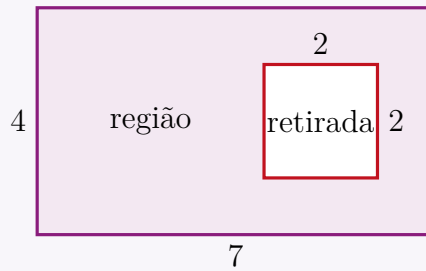
Método

Para calcular por subtração:

- 1) imagine uma figura maior que contenha a figura desejada;
- 2) calcule a área da figura maior;
- 3) calcule a área da parte retirada;
- 4) subtraia.

Exemplo

A figura abaixo é um retângulo grande com um retângulo pequeno retirado.



Área do retângulo maior:

$$A_M = 7 \cdot 4 = 28.$$

Área do retângulo retirado:

$$A_R = 2 \cdot 2 = 4.$$

Área da figura:

$$A = 28 - 4 = 24.$$

Logo:

$$A = 24 \text{ unidades}^2.$$

Observação

A decomposição usa soma de áreas.

A composição com retirada usa subtração de áreas.

13 Conversões simples de unidades de área

As unidades de área são unidades quadradas.

$$\text{mm}^2, \quad \text{cm}^2, \quad \text{dm}^2, \quad \text{m}^2, \quad \text{km}^2.$$

Relação linear	Relação de área
1 cm = 10 mm	1 cm ² = 100 mm ²
1 dm = 10 cm	1 dm ² = 100 cm ²
1 m = 100 cm	1 m ² = 10000 cm ²
1 km = 1000 m	1 km ² = 1000000 m ²

Exemplo

Converta 3 m² para cm².

Como:

$$1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2,$$

temos:

$$3 \text{ m}^2 = 3 \cdot 10000 = 30000 \text{ cm}^2.$$

Logo:

$$3 \text{ m}^2 = 30000 \text{ cm}^2.$$

Exemplo

Converta 25000 cm^2 para m^2 .

Como:

$$10000 \text{ cm}^2 = 1 \text{ m}^2,$$

temos:

$$25000 \div 10000 = 2,5.$$

Logo:

$$25000 \text{ cm}^2 = 2,5 \text{ m}^2.$$

Atenção

Para área, a conversão não usa o mesmo fator das unidades lineares.

Como:

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm},$$

então:

$$1 \text{ m}^2 = 100 \cdot 100 = 10000 \text{ cm}^2.$$

14 Problemas inversos

Em alguns problemas, conhecemos a área e uma dimensão, mas precisamos descobrir a outra.

Método

Para encontrar uma dimensão desconhecida:

- 1) escolha a fórmula da figura;
- 2) substitua os valores conhecidos;
- 3) monte uma equação;
- 4) resolva;

5) escreva a unidade linear da medida encontrada.

Exemplo

Um retângulo tem área 72 cm^2 e base 12 cm . Determine sua altura.

$$A = b \cdot h.$$

$$72 = 12 \cdot h.$$

$$h = \frac{72}{12} = 6.$$

Logo:

$$\boxed{h = 6 \text{ cm.}}$$

Exemplo

Um triângulo tem área 45 m^2 e base 10 m . Determine sua altura.

$$A = \frac{b \cdot h}{2}.$$

$$45 = \frac{10h}{2}.$$

$$45 = 5h.$$

$$h = 9.$$

Logo:

$$\boxed{h = 9 \text{ m.}}$$

Atenção

A unidade da área é quadrada, mas a unidade da dimensão encontrada é linear.
Por exemplo:

$$A = 72 \text{ cm}^2$$

e

$$h = 6 \text{ cm.}$$

15 Situações práticas

Exemplo

Uma parede retangular mede 4 m de largura e 2,8 m de altura. Qual é sua área?

$$A = 4 \cdot 2,8 = 11,2.$$

Logo:

$$A = 11,2 \text{ m}^2.$$

Exemplo

Um piso retangular mede 6 m por 5 m. Cada caixa de piso cobre 2 m². Quantas caixas são necessárias?

Área do piso:

$$A = 6 \cdot 5 = 30 \text{ m}^2.$$

Quantidade de caixas:

$$30 \div 2 = 15.$$

Logo:

$$15 \text{ caixas.}$$

Exemplo

Um jardim triangular tem base 8 m e altura 5 m. Sua área é:

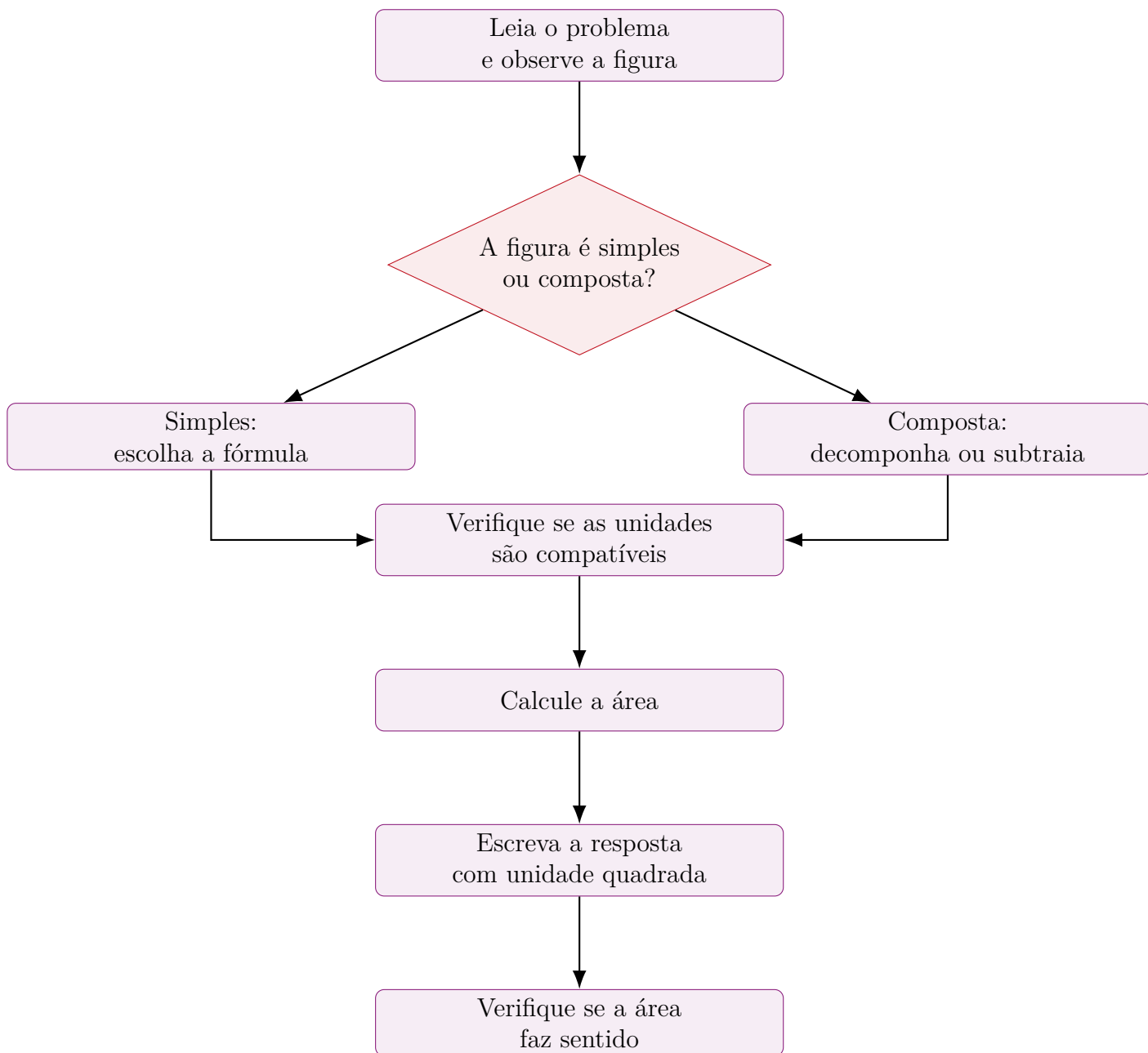
$$A = \frac{8 \cdot 5}{2}.$$

$$A = \frac{40}{2} = 20.$$

Logo:

$$20 \text{ m}^2.$$

16 Fluxograma de resolução



17 Erros comuns

Atenção

Erro 1: Confundir área com perímetro.

Perímetro mede o contorno.

Área mede a superfície.

Atenção

Erro 2: Esquecer a unidade quadrada.

Se estamos calculando área, a unidade deve ser:

$$\text{cm}^2, \quad \text{m}^2, \quad \text{km}^2.$$

Atenção

Erro 3: No triângulo, esquecer de dividir por 2.

A fórmula correta é:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}.$$

Atenção

Erro 4: No trapézio, esquecer de somar as bases.

A fórmula correta é:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}.$$

Atenção

Erro 5: Usar lado inclinado como altura.

Altura é sempre perpendicular à base.

Atenção

Erro 6: Converter área usando fator linear.

Como:

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm},$$

temos:

$$1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2.$$

Não é 100 cm^2 .

18 Exercícios de fixação

Exercício 1

Explique a diferença entre área e perímetro.

Exercício 2

Calcule a área de um retângulo de base 9 cm e altura 4 cm.

Exercício 3

Calcule a área de um quadrado de lado 8 m.

Exercício 4

Calcule a área de um paralelogramo de base 12 cm e altura 5 cm.

Exercício 5

Calcule a área de um triângulo de base 14 cm e altura 9 cm.

Exercício 6

Calcule a área de um trapézio de bases 16 cm e 10 cm, com altura 6 cm.

Exercício 7

Calcule a área de um losango cujas diagonais medem 18 cm e 12 cm.

Exercício 8

Um retângulo tem área 96 cm^2 e base 12 cm. Determine sua altura.

Exercício 9

Um triângulo tem área 60 m^2 e base 15 m. Determine sua altura.

Exercício 10

Converta:

- a) 4 m^2 para cm^2 .
- b) 35000 cm^2 para m^2 .
- c) 7 dm^2 para cm^2 .
- d) 900 cm^2 para dm^2 .

19 Correção comentada

Correção comentada**Exercício 1.**

Perímetro é a medida do contorno de uma figura plana.

Área é a medida da superfície ocupada por uma figura plana.

Por isso, o perímetro usa unidades lineares, como cm ou m, enquanto a área usa unidades quadradas, como cm^2 ou m^2 .

Correção comentada

Exercício 2.

Área do retângulo:

$$A = b \cdot h.$$

$$A = 9 \cdot 4 = 36.$$

Logo:

$$A = 36 \text{ cm}^2.$$

Correção comentada

Exercício 3.

Área do quadrado:

$$A = l^2.$$

$$A = 8^2 = 64.$$

Logo:

$$A = 64 \text{ m}^2.$$

Correção comentada

Exercício 4.

Área do paralelogramo:

$$A = b \cdot h.$$

$$A = 12 \cdot 5 = 60.$$

Logo:

$$A = 60 \text{ cm}^2.$$

Correção comentada

Exercício 5.

Área do triângulo:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}.$$

$$A = \frac{14 \cdot 9}{2}.$$

$$A = \frac{126}{2} = 63.$$

Logo:

$$A = 63 \text{ cm}^2.$$

Correção comentada

Exercício 6.

Área do trapézio:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}.$$

$$A = \frac{(16 + 10) \cdot 6}{2}.$$

$$A = \frac{26 \cdot 6}{2}.$$

$$A = \frac{156}{2} = 78.$$

Logo:

$$A = 78 \text{ cm}^2.$$

Correção comentada

Exercício 7.

Área do losango:

$$A = \frac{D \cdot d}{2}.$$

$$A = \frac{18 \cdot 12}{2}.$$

$$A = \frac{216}{2} = 108.$$

Logo:

$$A = 108 \text{ cm}^2.$$

Correção comentada

Exercício 8.

Área do retângulo:

$$A = b \cdot h.$$

Sabemos que:

$$A = 96 \quad \text{e} \quad b = 12.$$

Então:

$$96 = 12h.$$

$$h = \frac{96}{12} = 8.$$

Logo:

$$\boxed{h = 8 \text{ cm.}}$$

Correção comentada

Exercício 9.

Área do triângulo:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}.$$

Sabemos que:

$$A = 60 \quad \text{e} \quad b = 15.$$

Então:

$$60 = \frac{15h}{2}.$$

Multiplicando por 2:

$$120 = 15h.$$

$$h = \frac{120}{15} = 8.$$

Logo:

$$\boxed{h = 8 \text{ m.}}$$

Correção comentada

Exercício 10.

a) Como:

$$1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2,$$

então:

$$4 \text{ m}^2 = 40000 \text{ cm}^2.$$

b) Como:

$$10000 \text{ cm}^2 = 1 \text{ m}^2,$$

então:

$$35000 \text{ cm}^2 = 3,5 \text{ m}^2.$$

c) Como:

$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2,$$

então:

$$7 \text{ dm}^2 = 700 \text{ cm}^2.$$

d) Como:

$$100 \text{ cm}^2 = 1 \text{ dm}^2,$$

então:

$$900 \text{ cm}^2 = 9 \text{ dm}^2.$$

20 Lista extra de treino

Exercício 11

Calcule a área dos retângulos.

- a) base 15 cm e altura 6 cm.
- b) base 2,5 m e altura 4 m.
- c) base 18 dm e altura 7 dm.

Exercício 12

Calcule a área dos quadrados.

- a) lado 9 cm.
- b) lado 12 m.
- c) lado 3,5 dm.

Exercício 13

Calcule a área dos triângulos.

- a) base 10 cm e altura 8 cm.
- b) base 13 m e altura 6 m.
- c) base 7,5 cm e altura 4 cm.

Exercício 14

Calcule a área dos trapézios.

- a) bases 12 cm e 8 cm, altura 5 cm.
- b) bases 20 m e 14 m, altura 9 m.
- c) bases 7 dm e 5 dm, altura 4 dm.

Exercício 15

Calcule a área dos losangos.

- a) diagonais 10 cm e 6 cm.
- b) diagonais 15 m e 8 m.
- c) diagonais 9 dm e 4 dm.

Exercício 16

Uma parede retangular mede 5 m de largura e 3 m de altura. Cada litro de tinta pinta 6 m^2 . Quantos litros são necessários para pintar a parede?

Exercício 17

Um piso retangular mede 8 m por 6 m. Cada placa cobre $0,5 \text{ m}^2$. Quantas placas são necessárias?

Exercício 18

Um terreno em forma de trapézio tem bases 30 m e 20 m, com altura 16 m. Determine sua área.

Exercício 19

Um quadrado tem área 81 cm^2 . Determine a medida de seu lado.

Exercício 20

Uma figura composta é formada por dois retângulos: um de $6 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ e outro de $3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$. Determine a área total.

21 Síntese final

Resumo essencial

1. Área

É a medida da superfície de uma figura plana.

2. Unidade quadrada

Exemplos:

$$\text{cm}^2, \quad \text{m}^2, \quad \text{km}^2.$$

3. Área do retângulo

$$A = b \cdot h.$$

4. Área do quadrado

$$A = l^2.$$

5. Área do paralelogramo

$$A = b \cdot h.$$

6. Área do triângulo

$$A = \frac{b \cdot h}{2}.$$

7. Área do trapézio

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}.$$

8. Área do losango

$$A = \frac{D \cdot d}{2}.$$

9. Figuras compostas

Podemos calcular a área:

- somando áreas de partes menores;
- subtraindo áreas de partes retiradas.

10. Conversões importantes

$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2.$$

$$1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2.$$

$$1 \text{ km}^2 = 1000000 \text{ m}^2.$$

11. Área e perímetro

Área mede superfície.

Perímetro mede contorno.

12. Ideia fundamental

Calcular área é medir a superfície ocupada por uma figura plana.

Fim do módulo

Área de Figuras Planas