

Triângulos

Curso de Matemática – 7º Ano

Objetivos da aula

Ao final deste módulo, o estudante deverá ser capaz de:

- 1) reconhecer um triângulo como polígono de três lados;
- 2) identificar vértices, lados e ângulos internos de um triângulo;
- 3) classificar triângulos quanto aos lados;
- 4) classificar triângulos quanto aos ângulos;
- 5) compreender a soma dos ângulos internos de um triângulo;
- 6) calcular ângulos internos desconhecidos;
- 7) compreender e aplicar a desigualdade triangular;
- 8) verificar se três medidas podem formar um triângulo;
- 9) reconhecer ângulo externo de um triângulo;
- 10) aplicar a relação entre ângulo externo e ângulos internos não adjacentes;
- 11) reconhecer altura, mediana e bissetriz em triângulos;
- 12) compreender a rigidez triangular;
- 13) resolver problemas geométricos envolvendo triângulos.

Sumário

1	Ideia central do capítulo	3
2	Definição de triângulo	3
3	Elementos de um triângulo	4
4	Classificação quanto aos lados	5
5	Classificação quanto aos ângulos	6
6	Soma dos ângulos internos	7
7	Ângulo externo de um triângulo	9

8	Condição de existência de um triângulo	9
9	Perímetro de um triângulo	11
10	Altura de um triângulo	12
11	Área de um triângulo	12
12	Mediana de um triângulo	13
13	Bissetriz de um triângulo	14
14	Rigidez triangular	14
15	Construção de triângulos	15
16	Problemas envolvendo triângulos	16
17	Fluxograma de estudo de triângulos	17
18	Erros comuns	18
19	Exercícios de fixação	19
20	Correção comentada	21
21	Lista extra de treino	25
22	Síntese final	26

1 Ideia central do capítulo

Um triângulo é uma figura plana formada por três lados.

Apesar de parecer uma figura simples, o triângulo possui propriedades muito importantes. Por exemplo:

- a soma de seus ângulos internos é sempre 180° ;
- seus lados precisam satisfazer uma condição de existência;
- ele pode ser classificado pelos lados e pelos ângulos;
- é uma figura rígida, muito usada em construções;
- pode ser estudado por medidas, ângulos, perímetro e área.

Resumo essencial

A ideia central deste módulo é:

Um triângulo é um polígono de três lados com propriedades próprias.

As três ideias mais importantes deste capítulo são:

soma dos ângulos internos $= 180^\circ$

condição de existência dos lados

classificação por lados e por ângulos

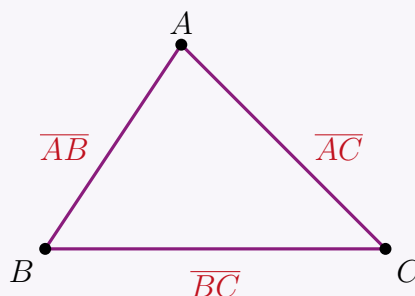
2 Definição de triângulo

Definição 2.1: Triângulo

Um triângulo é um polígono formado por três segmentos de reta que se encontram dois a dois em três pontos distintos, chamados vértices.

Exemplo

Na figura abaixo, temos o triângulo ABC .



Notação

O triângulo de vértices A , B e C pode ser indicado por:

$$\triangle ABC.$$

Lemos:

“triângulo ABC ”.

Definição 2.2: Vértices do triângulo

Os vértices de um triângulo são os três pontos onde seus lados se encontram.

Definição 2.3: Lados do triângulo

Os lados de um triângulo são os três segmentos que ligam seus vértices.

Definição 2.4: Ângulos internos do triângulo

Os ângulos internos de um triângulo são os três ângulos formados no interior da figura, um em cada vértice.

Exemplo

No triângulo ABC :

- os vértices são A , B e C ;
- os lados são $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$;
- os ângulos internos são $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$.

3 Elementos de um triângulo

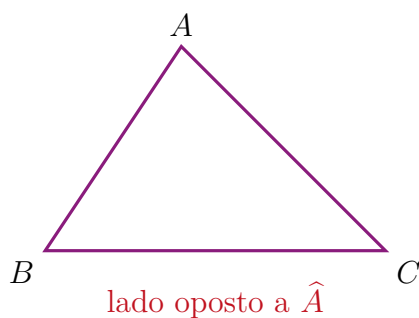
Definição 3.1: Lado oposto a um ângulo

Em um triângulo, o lado oposto a um ângulo é o lado que não toca o vértice desse ângulo.

Exemplo

No triângulo ABC :

- o lado oposto ao ângulo $\hat{A}$ é $\overline{BC}$;
- o lado oposto ao ângulo $\hat{B}$ é $\overline{AC}$;
- o lado oposto ao ângulo $\hat{C}$ é $\overline{AB}$.



Observação

Em um triângulo, existe uma relação importante entre lados e ângulos:

- o maior lado fica oposto ao maior ângulo;
- o menor lado fica oposto ao menor ângulo;
- lados iguais ficam opostos a ângulos iguais.

4 Classificação quanto aos lados

Os triângulos podem ser classificados de acordo com as medidas de seus lados.

Definição 4.1: Triângulo equilátero

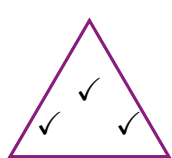
Um triângulo equilátero é um triângulo que possui os três lados com a mesma medida.

Definição 4.2: Triângulo isósceles

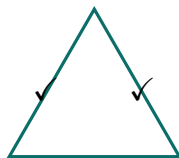
Um triângulo isósceles é um triângulo que possui pelo menos dois lados com a mesma medida.

Definição 4.3: Triângulo escaleno

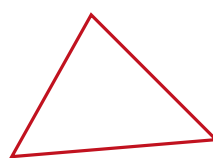
Um triângulo escaleno é um triângulo que possui os três lados com medidas diferentes.



equilátero



isósceles



escaleno

Observação

Todo triângulo equilátero também é isósceles, pois possui pelo menos dois lados iguais. Porém, no Ensino Fundamental, costuma-se usar:

- equilátero para três lados iguais;
- isósceles para exatamente dois lados iguais;

- escaleno para três lados diferentes.

Exemplo

Um triângulo com lados 5 cm, 5 cm e 5 cm é equilátero.
 Um triângulo com lados 7 cm, 7 cm e 4 cm é isósceles.
 Um triângulo com lados 4 cm, 6 cm e 8 cm é escaleno.

Teorema 4.1: Ângulos de um triângulo equilátero

Todo triângulo equilátero possui os três ângulos internos com a mesma medida.
 Como a soma dos ângulos internos é 180° , cada ângulo mede:

$$60^\circ.$$

Teorema 4.2: Ângulos da base de um triângulo isósceles

Em um triângulo isósceles, os ângulos opostos aos lados iguais têm a mesma medida.

Exemplo

Se um triângulo isósceles possui dois lados iguais $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$, então os ângulos da base são iguais:

$$\hat{B} = \hat{C}.$$

5 Classificação quanto aos ângulos

Os triângulos também podem ser classificados de acordo com seus ângulos internos.

Definição 5.1: Triângulo acutângulo

Um triângulo acutângulo é um triângulo que possui os três ângulos internos agudos.
 Ou seja, todos medem menos que 90° .

Definição 5.2: Triângulo retângulo

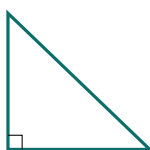
Um triângulo retângulo é um triângulo que possui um ângulo reto.
 Ou seja, possui um ângulo de 90° .

Definição 5.3: Triângulo obtusângulo

Um triângulo obtusângulo é um triângulo que possui um ângulo obtuso.
 Ou seja, possui um ângulo maior que 90° e menor que 180° .



acutângulo



retângulo



obtusângulo

Exemplo

Um triângulo com ângulos:

$$50^\circ, \quad 60^\circ, \quad 70^\circ$$

é acutângulo.

Um triângulo com ângulos:

$$30^\circ, \quad 60^\circ, \quad 90^\circ$$

é retângulo.

Um triângulo com ângulos:

$$30^\circ, \quad 40^\circ, \quad 110^\circ$$

é obtusângulo.

Atenção

Um triângulo não pode ter dois ângulos retos nem dois ângulos obtusos. Isso aconteceria porque a soma dos ângulos internos ultrapassaria 180° .

6 Soma dos ângulos internos

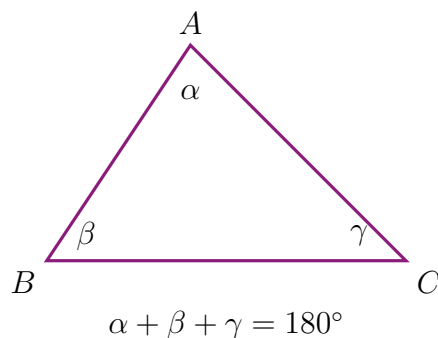
Teorema 6.1: Soma dos ângulos internos de um triângulo

Em todo triângulo, a soma das medidas dos ângulos internos é igual a:

$$180^\circ.$$

Se os ângulos internos são A , B e C , então:

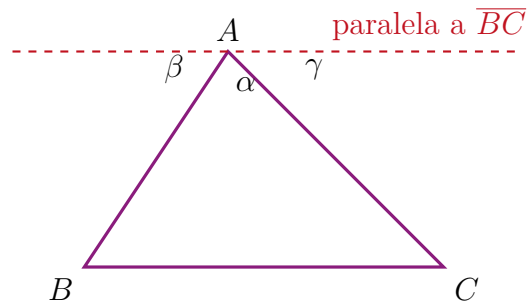
$$A + B + C = 180^\circ.$$



Justificativa geométrica.

Podemos desenhar por um dos vértices uma reta paralela ao lado oposto. Os ângulos alternos internos formados mostram que os três ângulos internos do triângulo formam, juntos, um ângulo raso.

Como um ângulo raso mede 180° , a soma dos ângulos internos do triângulo é 180° .



Exemplo

Em um triângulo, dois ângulos medem 50° e 70° . Determine o terceiro ângulo.
Como a soma é 180° :

$$50^\circ + 70^\circ + x = 180^\circ.$$

$$120^\circ + x = 180^\circ.$$

$$x = 60^\circ.$$

Logo, o terceiro ângulo mede:

$$\boxed{60^\circ}.$$

Exemplo

Um triângulo possui ângulos $2x$, $3x$ e $4x$. Determine x .
Pela soma dos ângulos internos:

$$2x + 3x + 4x = 180.$$

$$9x = 180.$$

$$x = 20.$$

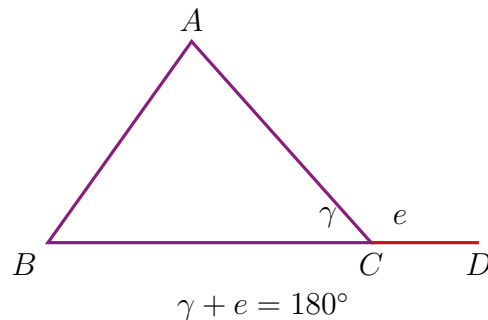
Logo, os ângulos são:

$$2x = 40^\circ, \quad 3x = 60^\circ, \quad 4x = 80^\circ.$$

7 Ângulo externo de um triângulo

Definição 7.1: Ângulo externo de um triângulo

Um ângulo externo de um triângulo é formado pelo prolongamento de um lado do triângulo e pelo lado adjacente.



Teorema 7.1: Ângulo externo de um triângulo

A medida de um ângulo externo de um triângulo é igual à soma das medidas dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.

Exemplo

No triângulo ABC , os ângulos internos não adjacentes ao ângulo externo e medem 50° e 70° .

Então:

$$e = 50^\circ + 70^\circ = 120^\circ.$$

Logo:

$e = 120^\circ.$

Observação

O ângulo externo e o ângulo interno adjacente a ele são suplementares.

Por isso, se o ângulo interno adjacente mede 60° , então o ângulo externo mede:

$$180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

8 Condição de existência de um triângulo

Nem sempre três segmentos conseguem formar um triângulo.

Por exemplo, segmentos de 2 cm, 3 cm e 10 cm não formam um triângulo, pois o segmento de 10 cm é longo demais.

Teorema 8.1: Desigualdade triangular

Três segmentos de medidas a , b e c formam um triângulo se, e somente se, cada lado é menor que a soma dos outros dois.

Isto é:

$$a < b + c,$$

$$b < a + c,$$

$$c < a + b.$$

Observação

Na prática, basta verificar se o maior lado é menor que a soma dos outros dois. Se o maior lado for menor que a soma dos outros dois, o triângulo existe.

Exemplo

Verifique se os segmentos 4 cm, 5 cm e 7 cm formam um triângulo.

O maior lado é 7.

Somamos os outros dois:

$$4 + 5 = 9.$$

Como:

$$7 < 9,$$

os segmentos formam um triângulo.

Exemplo

Verifique se os segmentos 3 cm, 4 cm e 9 cm formam um triângulo.

O maior lado é 9.

Somamos os outros dois:

$$3 + 4 = 7.$$

Como:

$$9 > 7,$$

os segmentos não formam um triângulo.

Exemplo

Verifique se os segmentos 2 cm, 5 cm e 7 cm formam um triângulo.

O maior lado é 7.

Somamos os outros dois:

$$2 + 5 = 7.$$

Como:

$$7 = 7,$$

os três segmentos ficam alinhados, não formando um triângulo.
Logo, não existe triângulo.

Atenção

Para formar um triângulo, o maior lado deve ser **menor** que a soma dos outros dois.
Se for igual, os segmentos ficam alinhados.
Se for maior, não conseguem fechar a figura.

9 Perímetro de um triângulo

Definição 9.1: Perímetro de um triângulo

O perímetro de um triângulo é a soma das medidas de seus três lados.

Notação

Se um triângulo tem lados a , b e c , então seu perímetro P é:

$$P = a + b + c.$$

Exemplo

Um triângulo possui lados 6 cm, 8 cm e 10 cm. Seu perímetro é:

$$P = 6 + 8 + 10 = 24.$$

Logo:

$$P = 24 \text{ cm.}$$

Exemplo

Um triângulo isósceles possui dois lados iguais de 9 cm e base de 5 cm. O perímetro é:

$$P = 9 + 9 + 5 = 23.$$

Logo:

$$P = 23 \text{ cm.}$$

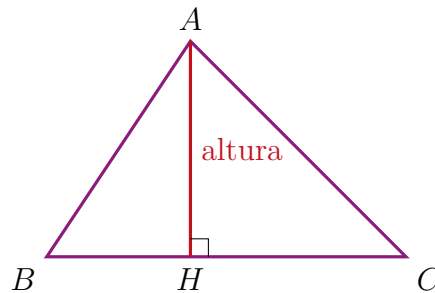
10 Altura de um triângulo

Definição 10.1: Altura de um triângulo

A altura de um triângulo é o segmento perpendicular traçado de um vértice à reta que contém o lado oposto.

Exemplo

Na figura abaixo, o segmento $\overline{AH}$ é a altura relativa ao lado $\overline{BC}$.



Observação

Todo triângulo possui três alturas, uma relativa a cada lado.

Atenção

Em triângulos obtusângulos, algumas alturas podem ficar fora do triângulo, pois são traçadas até a reta que contém o lado oposto, e não necessariamente até o segmento.

11 Área de um triângulo

Definição 11.1: Área de um triângulo

A área de um triângulo é dada pela metade do produto da base pela altura correspondente.

Teorema 11.1: Fórmula da área do triângulo

Se b é a base e h é a altura correspondente, então a área A do triângulo é:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}.$$

Exemplo

Um triângulo tem base 10 cm e altura 6 cm. Sua área é:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}.$$

$$A = \frac{10 \cdot 6}{2}.$$

$$A = \frac{60}{2} = 30.$$

Logo:

$$A = 30 \text{ cm}^2.$$

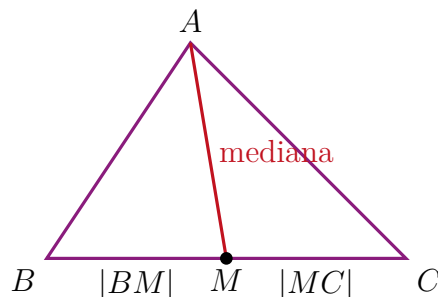
Observação

A base pode ser qualquer lado do triângulo, desde que a altura usada seja correspondente a essa base.

12 Mediana de um triângulo

Definição 12.1: Mediana de um triângulo

A mediana de um triângulo é o segmento que liga um vértice ao ponto médio do lado oposto.



Observação

O ponto médio divide o lado em duas partes de mesma medida.
Se M é ponto médio de $\overline{BC}$, então:

$$BM = MC.$$

Exemplo

Se $\overline{BC}$ mede 12 cm e M é seu ponto médio, então:

$$BM = MC = 6 \text{ cm}.$$

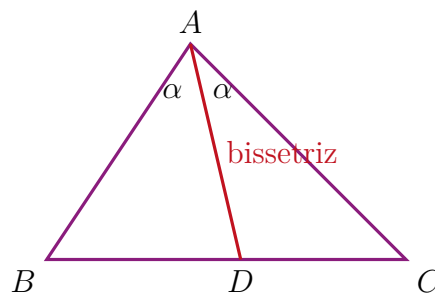
13 Bissetriz de um triângulo

Definição 13.1: Bissetriz de um ângulo

A bissetriz de um ângulo é a semirreta que divide esse ângulo em dois ângulos de mesma medida.

Definição 13.2: Bissetriz de um triângulo

A bissetriz de um triângulo é o segmento que parte de um vértice e divide o ângulo desse vértice em duas partes iguais.



Exemplo

Se um ângulo de um triângulo mede 80° , então sua bissetriz o divide em dois ângulos de:

$$\frac{80^\circ}{2} = 40^\circ.$$

Logo, cada parte mede:

$$\boxed{40^\circ}.$$

14 Rigidez triangular

Definição 14.1: Rigidez triangular

A rigidez triangular é a propriedade de que um triângulo fica determinado quando seus três lados são fixados.

Observação

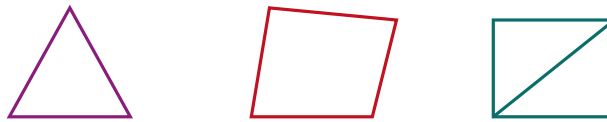
Essa propriedade explica por que triângulos são usados em estruturas como:

- pontes;
- telhados;
- torres;
- andaimes;

- treliças.

Exemplo

Se três barras são ligadas formando um triângulo, a estrutura tende a ser rígida. Já quatro barras formando um quadrilátero podem deformar se não houver uma diagonal.



triângulo rígido quadrilátero deformável com diagonal

Resumo essencial

A diagonal de um quadrilátero o divide em dois triângulos, tornando a estrutura mais rígida.

15 Construção de triângulos

Método

Para construir um triângulo conhecendo os três lados:

- 1) desenhe um dos lados com a régua;
- 2) com o compasso, trace um arco com centro em uma extremidade e raio igual a outro lado;
- 3) trace outro arco com centro na outra extremidade e raio igual ao terceiro lado;
- 4) o ponto de encontro dos arcos será o terceiro vértice;
- 5) ligue os vértices.

Observação

Antes de construir o triângulo, é necessário verificar a desigualdade triangular.

Exemplo

Para construir um triângulo de lados 4 cm, 5 cm e 6 cm:

- 1) desenhe um segmento de 6 cm;
- 2) trace um arco de raio 4 cm a partir de uma extremidade;
- 3) trace um arco de raio 5 cm a partir da outra extremidade;
- 4) marque a interseção dos arcos;
- 5) ligue esse ponto às extremidades do segmento.

Atenção

Se os arcos não se encontram, os segmentos não formam um triângulo. Isso acontece quando a desigualdade triangular não é satisfeita.

16 Problemas envolvendo triângulos

Método

Para resolver problemas com triângulos:

- 1) identifique quais medidas são dadas;
- 2) verifique se o problema envolve lados, ângulos, perímetro ou área;
- 3) escolha a propriedade adequada;
- 4) monte uma equação, se necessário;
- 5) resolva e interprete o resultado.

Exemplo

Um triângulo possui ângulos x , $2x$ e $3x$. Determine suas medidas. Pela soma dos ângulos internos:

$$x + 2x + 3x = 180.$$

$$6x = 180.$$

$$x = 30.$$

Logo:

$$x = 30^\circ, \quad 2x = 60^\circ, \quad 3x = 90^\circ.$$

O triângulo é retângulo.

Exemplo

Um triângulo isósceles possui ângulo do vértice medindo 40° . Determine os ângulos da base.

A soma dos ângulos internos é 180° .

Os dois ângulos da base são iguais. Chamemos cada um de x .

Então:

$$x + x + 40 = 180.$$

$$2x + 40 = 180.$$

$$2x = 140.$$

$$x = 70.$$

Logo, cada ângulo da base mede:

$$\boxed{70^\circ}.$$

Exemplo

Um triângulo tem lados x , $x + 2$ e $x + 4$. Seu perímetro é 30 cm. Determine os lados. Montamos:

$$x + (x + 2) + (x + 4) = 30.$$

$$3x + 6 = 30.$$

$$3x = 24.$$

$$x = 8.$$

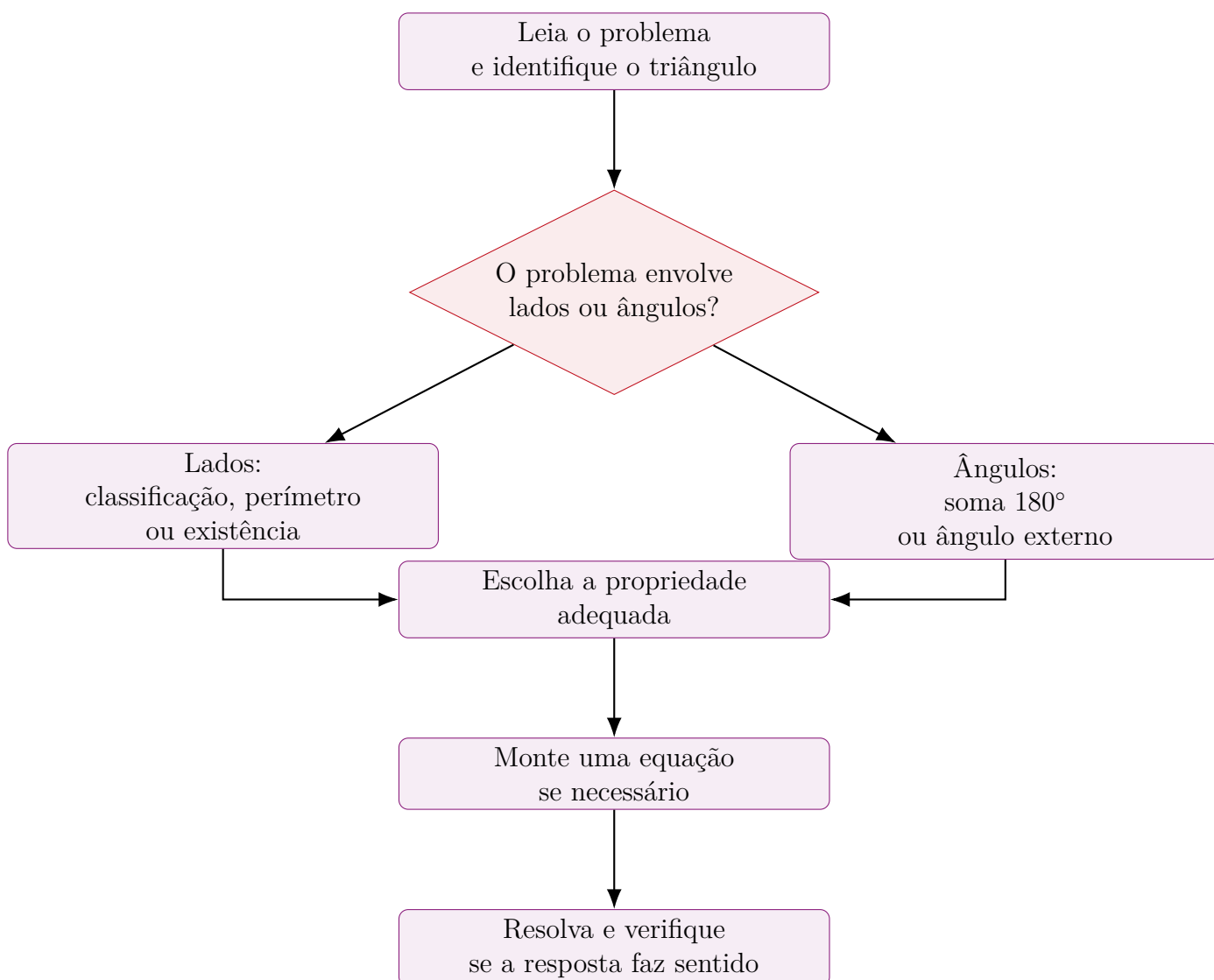
Logo, os lados são:

$$8, \quad 10, \quad 12.$$

Portanto:

$$\boxed{8 \text{ cm}, 10 \text{ cm}, 12 \text{ cm}.}$$

17 Fluxograma de estudo de triângulos



18 Erros comuns

Atenção

Erro 1: Esquecer que a soma dos ângulos internos é 180° .

Em qualquer triângulo:

$$A + B + C = 180^\circ.$$

Atenção

Erro 2: Achar que quaisquer três medidas formam um triângulo.

É necessário verificar a desigualdade triangular.

O maior lado deve ser menor que a soma dos outros dois.

Atenção

Erro 3: Confundir equilátero com isósceles.

Equilátero: três lados iguais.

Isósceles: pelo menos dois lados iguais.

Atenção

Erro 4: Confundir triângulo retângulo com triângulo obtusângulo.

Retângulo: possui um ângulo de 90° .

Obtusângulo: possui um ângulo maior que 90° .

Atenção

Erro 5: Usar a fórmula da área com uma altura que não corresponde à base escolhida.

A base e a altura devem ser correspondentes.

$$A = \frac{b \cdot h}{2}.$$

Atenção

Erro 6: Confundir mediana, altura e bissetriz.

Altura: perpendicular ao lado oposto.

Mediana: vai ao ponto médio do lado oposto.

Bissetriz: divide o ângulo em duas partes iguais.

19 Exercícios de fixação

Exercício 1

Classifique os triângulos quanto aos lados.

- a) 5 cm, 5 cm e 5 cm.
- b) 6 cm, 6 cm e 9 cm.
- c) 4 cm, 7 cm e 8 cm.

Exercício 2

Classifique os triângulos quanto aos ângulos.

- a) 50° , 60° , 70° .
- b) 30° , 60° , 90° .
- c) 25° , 35° , 120° .

Exercício 3

Determine o ângulo desconhecido.

- a) 40° , 60° e x .
- b) 75° , 35° e x .
- c) x , $2x$ e $3x$.

Exercício 4

Verifique se as medidas abaixo podem formar triângulos.

- a) 3 cm, 4 cm e 5 cm.
- b) 2 cm, 3 cm e 8 cm.
- c) 6 cm, 6 cm e 12 cm.
- d) 7 cm, 8 cm e 9 cm.

Exercício 5

Um triângulo possui lados 8 cm, 10 cm e 13 cm. Determine seu perímetro.

Exercício 6

Um triângulo tem base 12 cm e altura correspondente 7 cm. Determine sua área.

Exercício 7

Um triângulo isósceles possui ângulo do vértice igual a 50° . Determine os ângulos da base.

Exercício 8

Um triângulo equilátero possui perímetro 36 cm. Determine a medida de cada lado.

Exercício 9

Um ângulo externo de um triângulo mede 130° . Um dos ângulos internos não adjacentes mede 50° . Determine o outro ângulo interno não adjacente.

Exercício 10

Explique a diferença entre altura, mediana e bissetriz de um triângulo.

20 Correção comentada

Correção comentada

Exercício 1.

- a) 5, 5, 5: três lados iguais.
Logo, é um triângulo equilátero.
- b) 6, 6, 9: dois lados iguais.
Logo, é um triângulo isósceles.
- c) 4, 7, 8: três lados diferentes.
Logo, é um triângulo escaleno.

Correção comentada

Exercício 2.

- a) 50° , 60° , 70° .
Todos são menores que 90° .
Logo, o triângulo é acutângulo.
- b) 30° , 60° , 90° .
Possui um ângulo reto.
Logo, o triângulo é retângulo.
- c) 25° , 35° , 120° .
Possui um ângulo maior que 90° .
Logo, o triângulo é obtusângulo.

Correção comentada

Exercício 3.

a)

$$40 + 60 + x = 180.$$

$$100 + x = 180.$$

$$x = 80.$$

Logo:

$$\boxed{x = 80^\circ}.$$

b)

$$75 + 35 + x = 180.$$

$$110 + x = 180.$$

$$x = 70.$$

Logo:

$$\boxed{x = 70^\circ}.$$

c)

$$x + 2x + 3x = 180.$$

$$6x = 180.$$

$$x = 30.$$

Os ângulos são:

$$30^\circ, \quad 60^\circ, \quad 90^\circ.$$

Correção comentada

Exercício 4.

a) 3, 4, 5.

O maior lado é 5.

$$3 + 4 = 7.$$

Como:

$$5 < 7,$$

formam um triângulo.

b) 2, 3, 8.

O maior lado é 8.

$$2 + 3 = 5.$$

Como:

$$8 > 5,$$

não formam um triângulo.

c) 6, 6, 12.

O maior lado é 12.

$$6 + 6 = 12.$$

Como a soma é igual ao maior lado, não formam um triângulo.

d) 7, 8, 9.

O maior lado é 9.

$$7 + 8 = 15.$$

Como:

$$9 < 15,$$

formam um triângulo.

Correção comentada

Exercício 5.

O perímetro é a soma dos lados:

$$P = 8 + 10 + 13.$$

$$P = 31.$$

Logo:

$$P = 31 \text{ cm.}$$

Correção comentada

Exercício 6.

A área de um triângulo é:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}.$$

Como:

$$b = 12 \quad \text{e} \quad h = 7,$$

temos:

$$A = \frac{12 \cdot 7}{2}.$$

$$A = \frac{84}{2} = 42.$$

Logo:

$$A = 42 \text{ cm}^2.$$

Correção comentada

Exercício 7.

Em um triângulo isósceles, os ângulos da base são iguais.

Chamemos cada ângulo da base de x .

Como o ângulo do vértice mede 50° :

$$x + x + 50 = 180.$$

$$2x + 50 = 180.$$

$$2x = 130.$$

$$x = 65.$$

Logo, os ângulos da base medem:

$$65^\circ \text{ e } 65^\circ.$$

Correção comentada

Exercício 8.

Um triângulo equilátero possui os três lados iguais.

Se o perímetro é 36 cm, então cada lado mede:

$$36 \div 3 = 12.$$

Logo:

$$12 \text{ cm.}$$

Correção comentada

Exercício 9.

O ângulo externo é igual à soma dos dois ângulos internos não adjacentes.

Se um deles mede 50° , e o outro é x , então:

$$50 + x = 130.$$

$$x = 80.$$

Logo, o outro ângulo mede:

80° .

Correção comentada

Exercício 10.

A altura é o segmento perpendicular traçado de um vértice à reta que contém o lado oposto.

A mediana é o segmento que liga um vértice ao ponto médio do lado oposto.

A bissetriz é o segmento que parte de um vértice e divide o ângulo desse vértice em duas partes iguais.

21 Lista extra de treino

Exercício 11

Classifique quanto aos lados:

- a) 10 cm, 10 cm e 10 cm.
- b) 12 cm, 12 cm e 7 cm.
- c) 5 cm, 9 cm e 11 cm.

Exercício 12

Classifique quanto aos ângulos:

- a) 45° , 45° , 90° .
- b) 80° , 70° , 30° .
- c) 100° , 40° , 40° .

Exercício 13

Determine x :

- a) $x + 40^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.
- b) $2x + 50^\circ + 70^\circ = 180^\circ$.
- c) $x + 3x + 5x = 180^\circ$.

Exercício 14

Verifique se as medidas podem formar triângulos:

- a) 5, 6, 7.
- b) 1, 2, 4.
- c) 9, 10, 19.

d) 8, 8, 10.

Exercício 15

Um triângulo possui lados x , $x + 3$ e $x + 6$. Seu perímetro é 39 cm. Determine os lados.

Exercício 16

Um triângulo tem base 15 cm e área 60 cm^2 . Determine sua altura.

Exercício 17

Um triângulo isósceles tem ângulos da base medindo 72° cada. Determine o ângulo do vértice.

Exercício 18

Um triângulo possui ângulos x , $x + 20^\circ$ e $x + 40^\circ$. Determine os três ângulos.

Exercício 19

O maior lado de um triângulo mede 15 cm. Os outros dois lados medem 7 cm e x cm. Qual condição x deve satisfazer para que exista triângulo?

Exercício 20

Explique por que o triângulo é considerado uma figura rígida.

22 Síntese final

Resumo essencial

1. Triângulo

É um polígono de três lados.

2. Elementos

Um triângulo possui:

- três vértices;
- três lados;
- três ângulos internos.

3. Classificação quanto aos lados

equilátero: três lados iguais

isósceles: pelo menos dois lados iguais

escaleno: três lados diferentes

4. Classificação quanto aos ângulos

acutângulo: três ângulos agudos

retângulo: um ângulo reto

obtusângulo: um ângulo obtuso

5. Soma dos ângulos internos

$$A + B + C = 180^\circ.$$

6. Ângulo externo

O ângulo externo é igual à soma dos dois ângulos internos não adjacentes.

7. Desigualdade triangular

Três lados a , b e c formam um triângulo se:

$$a < b + c, \quad b < a + c, \quad c < a + b.$$

8. Perímetro

$$P = a + b + c.$$

9. Área

$$A = \frac{b \cdot h}{2}.$$

10. Altura

Segmento perpendicular de um vértice à reta que contém o lado oposto.

11. Mediana

Segmento que liga um vértice ao ponto médio do lado oposto.

12. Bissetriz

Segmento que divide um ângulo do triângulo em duas partes iguais.

13. Rigidez triangular

O triângulo é rígido quando seus três lados estão fixados, por isso aparece em estruturas e construções.

14. Ideia fundamental

O triângulo é uma figura simples, mas possui propriedades geométricas essenciais.

Fim do módulo

Triângulos