

Polígonos Regulares

Curso de Matemática – 7º Ano

Objetivos da aula

Ao final deste módulo, o estudante deverá ser capaz de:

- 1) reconhecer polígonos e seus elementos;
- 2) diferenciar polígonos regulares e não regulares;
- 3) compreender que um polígono regular possui lados congruentes e ângulos congruentes;
- 4) nomear polígonos de acordo com o número de lados;
- 5) calcular a soma dos ângulos internos de um polígono;
- 6) calcular a medida de cada ângulo interno de um polígono regular;
- 7) calcular a soma dos ângulos externos de um polígono;
- 8) calcular a medida de cada ângulo externo de um polígono regular;
- 9) relacionar ângulo interno e ângulo externo;
- 10) calcular o número de diagonais de um polígono;
- 11) calcular perímetro de polígonos regulares;
- 12) reconhecer centro, raio e apótema de um polígono regular;
- 13) calcular área de polígonos regulares em situações simples;
- 14) identificar eixos de simetria e simetria de rotação em polígonos regulares.

Sumário

1	Ideia central do capítulo	3
2	Revisão: o que é um polígono?	3
3	Polígono regular	4
4	Nomes dos polígonos	5
5	Exemplos visuais de polígonos regulares	6

6	Soma dos ângulos internos	6
7	Ângulo interno de um polígono regular	8
8	Ângulos externos	9
9	Diagonais de um polígono	11
10	Perímetro de um polígono regular	12
11	Centro, raio e apótema	13
12	Área de um polígono regular	14
13	Ângulo central de um polígono regular	15
14	Simetrias em polígonos regulares	16
15	Construção de polígonos regulares	17
16	Polígonos regulares e mosaicos	18
17	Problemas com polígonos regulares	18
18	Fluxograma de resolução	20
19	Erros comuns	21
20	Exercícios de fixação	22
21	Correção comentada	24
22	Lista extra de treino	29
23	Síntese final	30

1 Ideia central do capítulo

Um polígono regular é uma figura geométrica plana muito simétrica.

Por exemplo, um quadrado é um polígono regular, pois:

- seus quatro lados têm a mesma medida;
- seus quatro ângulos internos têm a mesma medida.

Um triângulo equilátero também é um polígono regular, pois:

- seus três lados são iguais;
- seus três ângulos internos são iguais.

Resumo essencial

A ideia central deste módulo é:

Um polígono regular tem todos os lados congruentes e todos os ângulos congruentes.

A partir disso, podemos calcular:

- ângulos internos;
- ângulos externos;
- diagonais;
- perímetro;
- área;
- simetrias.

2 Revisão: o que é um polígono?

Definição 2.1: Polígono

Um polígono é uma figura plana fechada formada por segmentos de reta.

Definição 2.2: Elementos de um polígono

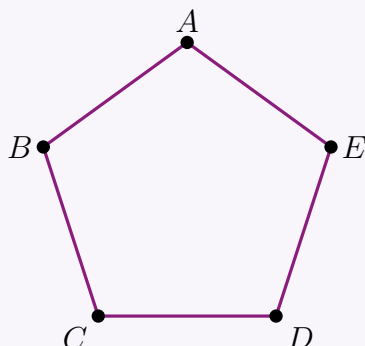
Os principais elementos de um polígono são:

- vértices;
- lados;
- ângulos internos;
- ângulos externos;

- diagonais.

Exemplo

Na figura abaixo, temos um pentágono.



Ele possui:

- 5 lados;
- 5 vértices;
- 5 ângulos internos.

Definição 2.3: Polígono convexo

Um polígono é convexo quando todos os seus ângulos internos são menores que 180° e qualquer segmento que liga dois pontos do polígono fica dentro dele.

Observação

Neste módulo, estudaremos principalmente polígonos regulares convexos.

3 Polígono regular

Definição 3.1: Polígono regular

Um polígono regular é um polígono que possui:

- todos os lados com a mesma medida;
- todos os ângulos internos com a mesma medida.

Definição 3.2: Lados congruentes

Lados congruentes são lados que possuem a mesma medida.

Definição 3.3: Ângulos congruentes

Ângulos congruentes são ângulos que possuem a mesma medida.

Exemplo

O quadrado é um polígono regular porque seus quatro lados são congruentes e seus quatro ângulos internos são congruentes.

Exemplo

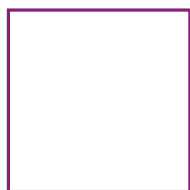
Um retângulo que não é quadrado não é regular.
Ele possui os quatro ângulos iguais, mas nem todos os lados têm a mesma medida.

Exemplo

Um losango que não é quadrado não é regular.
Ele possui os quatro lados iguais, mas nem todos os ângulos internos têm a mesma medida.

Atenção

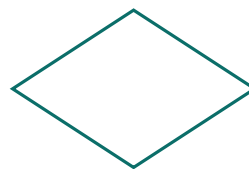
Para um polígono ser regular, não basta ter todos os lados iguais.
Também é necessário ter todos os ângulos internos iguais.



regular



não regular



não regular

4 Nomes dos polígonos

Os polígonos são nomeados de acordo com o número de lados.

Número de lados	Nome do polígono	Se for regular
3	triângulo	triângulo equilátero
4	quadrilátero	quadrado
5	pentágono	pentágono regular
6	hexágono	hexágono regular
7	heptágono	heptágono regular
8	octógono	octógono regular
9	eneágono	eneágono regular
10	decágono	decágono regular
12	dodecágono	dodecágono regular
n	polígono de n lados	polígono regular de n lados

Observação

O triângulo regular é chamado de triângulo equilátero.
O quadrilátero regular é chamado de quadrado.

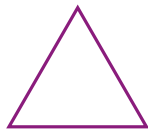
Exemplo

Um polígono regular de 8 lados é um octógono regular.

Exemplo

Um polígono regular de 12 lados é um dodecágono regular.

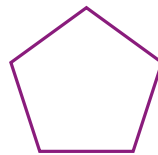
5 Exemplos visuais de polígonos regulares



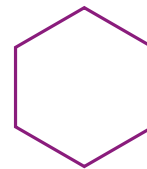
3 lados



4 lados



5 lados



6 lados

Observação

Quanto maior o número de lados de um polígono regular, mais sua forma se aproxima visualmente de uma circunferência.

6 Soma dos ângulos internos

Teorema 6.1: Soma dos ângulos internos de um polígono

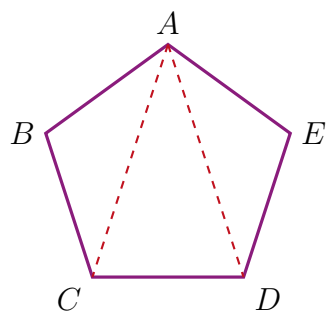
A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo de n lados é:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ.$$

Observação

Essa fórmula aparece porque um polígono de n lados pode ser dividido em $n - 2$ triângulos.

Cada triângulo possui soma dos ângulos internos igual a 180° .



pentágono dividido em 3 triângulos

Exemplo

Calcule a soma dos ângulos internos de um hexágono.

Um hexágono tem:

$$n = 6.$$

Então:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ.$$

$$S_i = (6 - 2) \cdot 180^\circ.$$

$$S_i = 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ.$$

Logo:

$$S_i = 720^\circ.$$

Exemplo

Calcule a soma dos ângulos internos de um decágono.

Um decágono tem:

$$n = 10.$$

Então:

$$S_i = (10 - 2) \cdot 180^\circ.$$

$$S_i = 8 \cdot 180^\circ = 1440^\circ.$$

Logo:

$$S_i = 1440^\circ.$$

7 Ângulo interno de um polígono regular

Em um polígono regular, todos os ângulos internos têm a mesma medida.

Teorema 7.1: Ângulo interno de um polígono regular

A medida de cada ângulo interno de um polígono regular de n lados é:

$$A_i = \frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}.$$

Exemplo

Calcule a medida de cada ângulo interno de um pentágono regular.

Um pentágono tem:

$$n = 5.$$

A soma dos ângulos internos é:

$$S_i = (5 - 2) \cdot 180^\circ = 3 \cdot 180^\circ = 540^\circ.$$

Como o pentágono é regular, os 5 ângulos são iguais:

$$A_i = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ.$$

Logo:

$$A_i = 108^\circ.$$

Exemplo

Calcule a medida de cada ângulo interno de um octógono regular.

Um octógono tem:

$$n = 8.$$

Então:

$$A_i = \frac{(8 - 2) \cdot 180^\circ}{8}.$$

$$A_i = \frac{6 \cdot 180^\circ}{8}.$$

$$A_i = \frac{1080^\circ}{8} = 135^\circ.$$

Logo:

$$A_i = 135^\circ.$$

Polígono regular	n	Cada ângulo interno
Triângulo equilátero	3	60°
Quadrado	4	90°
Pentágono regular	5	108°
Hexágono regular	6	120°
Octógono regular	8	135°
Decágono regular	10	144°

8 Ângulos externos

Definição 8.1: Ângulo externo de um polígono

Um ângulo externo de um polígono é formado pelo prolongamento de um lado e pelo lado adjacente.

Teorema 8.1: Soma dos ângulos externos

A soma das medidas dos ângulos externos de qualquer polígono convexo, tomando um ângulo externo em cada vértice, é:

$$360^\circ.$$

Teorema 8.2: Ângulo externo de um polígono regular

A medida de cada ângulo externo de um polígono regular de n lados é:

$$A_e = \frac{360^\circ}{n}.$$

Exemplo

Calcule a medida de cada ângulo externo de um hexágono regular.

Um hexágono tem:

$$n = 6.$$

Então:

$$A_e = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ.$$

Logo:

$$A_e = 60^\circ.$$

Exemplo

Calcule a medida de cada ângulo externo de um decágono regular.
Um decágono tem:

$$n = 10.$$

Então:

$$A_e = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ.$$

Logo:

$$A_e = 36^\circ.$$

Teorema 8.3: Relação entre ângulo interno e externo

Em um polígono convexo, um ângulo interno e o ângulo externo adjacente a ele são suplementares.

Assim:

$$A_i + A_e = 180^\circ.$$

Exemplo

Em um pentágono regular, o ângulo externo mede:

$$A_e = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ.$$

Logo, o ângulo interno mede:

$$A_i = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ.$$

Resumo essencial

Em um polígono regular de n lados:

$$A_i = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$$

$$A_e = \frac{360^\circ}{n}$$

$$A_i + A_e = 180^\circ$$

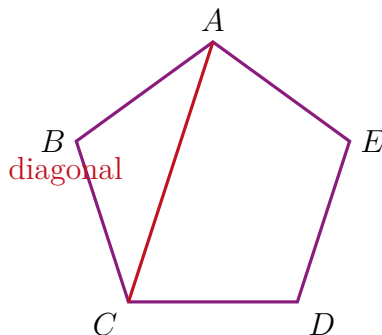
9 Diagonais de um polígono

Definição 9.1: Diagonal

Uma diagonal de um polígono é um segmento que liga dois vértices não consecutivos.

Exemplo

No pentágono abaixo, o segmento $\overline{AC}$ é uma diagonal, pois liga dois vértices não consecutivos.



Teorema 9.1: Número de diagonais de um polígono

O número de diagonais de um polígono de n lados é:

$$D = \frac{n(n-3)}{2}.$$

Observação

De cada vértice, podemos traçar diagonais para todos os outros vértices, exceto:

- ele mesmo;
- os dois vértices vizinhos.

Assim, de cada vértice saem $n - 3$ diagonais.

Como cada diagonal seria contada duas vezes, dividimos por 2.

Exemplo

Calcule o número de diagonais de um hexágono.

Um hexágono tem:

$$n = 6.$$

Então:

$$D = \frac{n(n-3)}{2}.$$

$$D = \frac{6(6-3)}{2}.$$

$$D = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9.$$

Logo:

$$\boxed{D = 9.}$$

Exemplo

Calcule o número de diagonais de um decágono.

Um decágono tem:

$$n = 10.$$

Então:

$$D = \frac{10(10 - 3)}{2}.$$

$$D = \frac{10 \cdot 7}{2} = 35.$$

Logo:

$$\boxed{D = 35.}$$

10 Perímetro de um polígono regular

Definição 10.1: Perímetro

O perímetro de um polígono é a soma das medidas de todos os seus lados.

Teorema 10.1: Perímetro de um polígono regular

Se um polígono regular possui n lados e cada lado mede l , então seu perímetro é:

$$P = n \cdot l.$$

Exemplo

Um pentágono regular tem lado de 7 cm. Determine seu perímetro.

Como:

$$n = 5 \quad \text{e} \quad l = 7,$$

temos:

$$P = n \cdot l.$$

$$P = 5 \cdot 7 = 35.$$

Logo:

$$P = 35 \text{ cm.}$$

Exemplo

Um octógono regular tem perímetro 96 cm. Determine a medida de cada lado.

Um octógono tem:

$$n = 8.$$

Como:

$$P = n \cdot l,$$

temos:

$$96 = 8l.$$

$$l = 12.$$

Logo:

$$l = 12 \text{ cm.}$$

11 Centro, raio e apótema

Todo polígono regular pode ser associado a uma circunferência que passa por todos os seus vértices.

Definição 11.1: Centro de um polígono regular

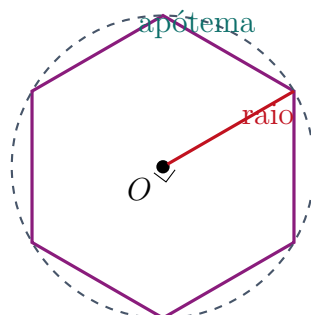
O centro de um polígono regular é o ponto que fica à mesma distância de todos os seus vértices.

Definição 11.2: Raio do polígono regular

O raio de um polígono regular é o segmento que liga o centro a um de seus vértices.

Definição 11.3: Apótema

O apótema de um polígono regular é o segmento perpendicular que liga o centro ao ponto médio de um lado.



Observação

O apótema sempre é perpendicular ao lado correspondente e passa pelo ponto médio desse lado.

Atenção

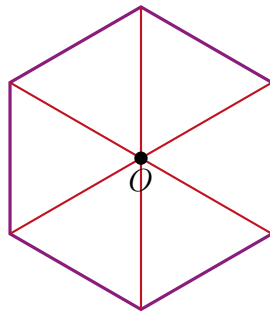
Não confunda raio e apótema.

Raio: centro até vértice.

Apótema: centro até ponto médio de um lado.

12 Área de um polígono regular

Um polígono regular pode ser dividido em triângulos congruentes, todos com vértice no centro.



hexágono dividido em 6 triângulos congruentes

Teorema 12.1: Área de um polígono regular

Se um polígono regular tem perímetro P e apótema a , então sua área é:

$$A = \frac{P \cdot a}{2}.$$

Observação

Essa fórmula vem da soma das áreas dos triângulos formados ao ligar o centro aos vértices do polígono.

Exemplo

Um hexágono regular possui perímetro 48 cm e apótema 7 cm. Determine sua área.
Usamos:

$$A = \frac{P \cdot a}{2}.$$

Substituindo:

$$A = \frac{48 \cdot 7}{2}.$$

$$A = \frac{336}{2} = 168.$$

Logo:

$$A = 168 \text{ cm}^2.$$

Exemplo

Um polígono regular possui perímetro 60 m e apótema 4 m. Determine sua área.

$$A = \frac{P \cdot a}{2}.$$

$$A = \frac{60 \cdot 4}{2}.$$

$$A = \frac{240}{2} = 120.$$

Logo:

$$A = 120 \text{ m}^2.$$

13 Ângulo central de um polígono regular

Definição 13.1: Ângulo central

O ângulo central de um polígono regular é o ângulo formado por dois raios que ligam o centro a dois vértices consecutivos.

Teorema 13.1: Ângulo central de um polígono regular

Em um polígono regular de n lados, cada ângulo central mede:

$$A_c = \frac{360^\circ}{n}.$$

Exemplo

No hexágono regular:

$$n = 6.$$

Cada ângulo central mede:

$$A_c = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ.$$

Exemplo

No octógono regular:

$$n = 8.$$

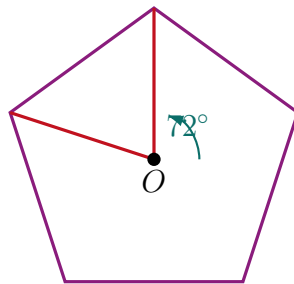
Cada ângulo central mede:

$$A_c = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ.$$

Observação

Em um polígono regular, o ângulo central tem a mesma medida do ângulo externo:

$$A_c = A_e = \frac{360^\circ}{n}.$$



14 Simetrias em polígonos regulares

Polígonos regulares possuem simetrias muito organizadas.

Teorema 14.1: Eixos de simetria de polígonos regulares

Um polígono regular de n lados possui n eixos de simetria.

Exemplo

Um pentágono regular possui:

$$5$$

eixos de simetria.

Exemplo

Um octógono regular possui:

$$8$$

eixos de simetria.

Teorema 14.2: Simetria de rotação de polígonos regulares

Um polígono regular de n lados possui simetria de rotação de ordem n .
O menor ângulo positivo de rotação que faz a figura coincidir consigo mesma é:

$$\frac{360^\circ}{n}.$$

Exemplo

Um hexágono regular possui ordem de rotação 6.
O menor ângulo de rotação é:

$$\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ.$$

Polígono regular	n	Eixos de simetria	Menor rotação
Triângulo equilátero	3	3	120°
Quadrado	4	4	90°
Pentágono regular	5	5	72°
Hexágono regular	6	6	60°
Octógono regular	8	8	45°
Decágono regular	10	10	36°

15 Construção de polígonos regulares

Método

Para construir um polígono regular inscrito em uma circunferência:

- 1) desenhe uma circunferência;
- 2) divida a volta completa de 360° pelo número de lados n ;
- 3) marque os pontos na circunferência separados por esse ângulo central;
- 4) ligue os pontos consecutivos.

Exemplo

Para construir um hexágono regular:

$$n = 6.$$

O ângulo central é:

$$\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ.$$

Portanto, marcamos 6 pontos igualmente espaçados na circunferência e ligamos pontos

consecutivos.

Observação

A construção exata de alguns polígonos regulares com régua e compasso é um tema mais avançado. Neste módulo, o foco está na compreensão das propriedades.

16 Polígonos regulares e mosaicos

Definição 16.1: Mosaico

Um mosaico é uma cobertura do plano feita com figuras que não deixam espaços vazios nem sobreposições.

Observação

Alguns polígonos regulares conseguem formar mosaicos sozinhos, como:

- triângulos equiláteros;
- quadrados;
- hexágonos regulares.

Exemplo

O hexágono regular aparece em favos de mel porque consegue preencher o plano com eficiência, sem deixar espaços entre as figuras.

Atenção

Nem todo polígono regular forma mosaico sozinho. Por exemplo, pentágonos regulares não conseguem preencher o plano sozinhos sem deixar espaços.

17 Problemas com polígonos regulares

Método

Para resolver problemas com polígonos regulares:

- 1) identifique o número de lados n ;
- 2) escolha a fórmula adequada;
- 3) substitua os valores conhecidos;
- 4) resolva a equação ou cálculo;
- 5) interprete a resposta.

Exemplo

Um polígono regular possui cada ângulo externo medindo 45° . Quantos lados ele possui? Usamos:

$$A_e = \frac{360^\circ}{n}.$$

Como:

$$A_e = 45^\circ,$$

temos:

$$45 = \frac{360}{n}.$$

Multiplicando por n :

$$45n = 360.$$

Dividindo por 45:

$$n = 8.$$

Logo, o polígono possui:

8 lados.

É um octógono regular.

Exemplo

Um polígono regular possui cada ângulo interno medindo 150° . Quantos lados ele possui?

Como:

$$A_i + A_e = 180^\circ,$$

temos:

$$A_e = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ.$$

Agora:

$$A_e = \frac{360^\circ}{n}.$$

$$30 = \frac{360}{n}.$$

$$30n = 360.$$

$$n = 12.$$

Logo, o polígono possui:

12 lados.

É um dodecágono regular.

Exemplo

Um polígono regular possui 20 diagonais. Quantos lados ele possui?

Usamos:

$$D = \frac{n(n-3)}{2}.$$

Como $D = 20$:

$$\frac{n(n-3)}{2} = 20.$$

Multiplicando por 2:

$$n(n-3) = 40.$$

Testando valores naturais:

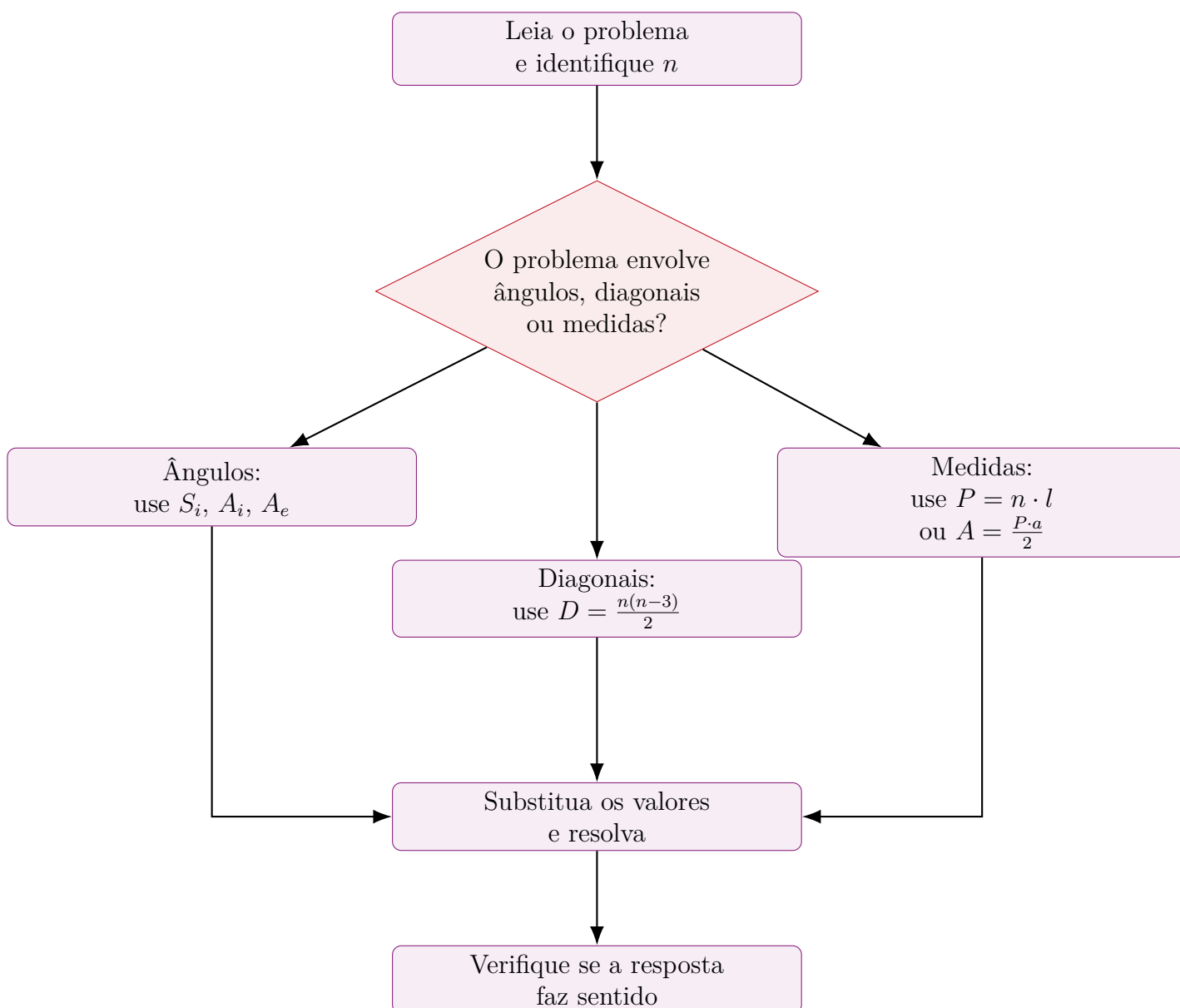
$$n = 8 \Rightarrow 8(8-3) = 8 \cdot 5 = 40.$$

Logo:

$n = 8.$

O polígono é um octógono.

18 Fluxograma de resolução



19 Erros comuns

Atenção

Erro 1: Achar que todo polígono com lados iguais é regular.

Para ser regular, o polígono precisa ter:

- todos os lados iguais;
- todos os ângulos iguais.

Atenção

Erro 2: Confundir soma dos ângulos internos com cada ângulo interno.

A soma dos ângulos internos é:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ.$$

Cada ângulo interno de um polígono regular é:

$$A_i = \frac{S_i}{n}.$$

Atenção

Erro 3: Esquecer que a soma dos ângulos externos é sempre 360° .
Independentemente do número de lados:

$$S_e = 360^\circ.$$

Atenção

Erro 4: Confundir ângulo externo com ângulo central.
Em polígonos regulares, eles têm a mesma medida:

$$A_e = A_c = \frac{360^\circ}{n}.$$

Mas são ângulos de naturezas diferentes.

Atenção

Erro 5: Usar a fórmula de diagonais sem dividir por 2.
A fórmula correta é:

$$D = \frac{n(n - 3)}{2}.$$

A divisão por 2 evita contar cada diagonal duas vezes.

Atenção

Erro 6: Confundir raio com apótema.

Raio: centro até vértice.

Apótema: centro até ponto médio do lado, perpendicular ao lado.

20 Exercícios de fixação

Exercício 1

Diga se as afirmações são verdadeiras ou falsas.

- a) Todo quadrado é um polígono regular.
- b) Todo retângulo é um polígono regular.
- c) Todo triângulo equilátero é um polígono regular.
- d) Todo losango é um polígono regular.

Exercício 2

Complete a tabela.

Número de lados	Nome do polígono
3	
4	
5	
6	
8	
10	

Exercício 3

Calcule a soma dos ângulos internos de:

- a) um pentágono;
- b) um hexágono;
- c) um octógono;
- d) um decágono.

Exercício 4

Calcule a medida de cada ângulo interno de:

- a) um quadrado;
- b) um pentágono regular;
- c) um hexágono regular;
- d) um octógono regular.

Exercício 5

Calcule a medida de cada ângulo externo de:

- a) um triângulo equilátero;

- b) um quadrado;
- c) um hexágono regular;
- d) um decágono regular.

Exercício 6

Um polígono regular possui cada ângulo externo medindo 30° . Quantos lados ele possui?

Exercício 7

Um polígono regular possui cada ângulo interno medindo 135° . Quantos lados ele possui?

Exercício 8

Calcule o número de diagonais de:

- a) um pentágono;
- b) um hexágono;
- c) um octógono;
- d) um decágono.

Exercício 9

Um heptágono regular tem lado de 9 cm. Determine seu perímetro.

Exercício 10

Um polígono regular possui perímetro 72 cm e apótema 5 cm. Determine sua área.

21 Correção comentada

Correção comentada

Exercício 1.

- a) Todo quadrado é um polígono regular.
Verdadeiro. O quadrado possui todos os lados iguais e todos os ângulos iguais.
- b) Todo retângulo é um polígono regular.
Falso. Um retângulo não quadrado possui ângulos iguais, mas não possui todos os lados iguais.
- c) Todo triângulo equilátero é um polígono regular.
Verdadeiro. Ele possui três lados iguais e três ângulos iguais.

d) Todo losango é um polígono regular.

Falso. Um losango não quadrado possui lados iguais, mas seus ângulos não são todos iguais.

Correção comentada

Exercício 2.

Número de lados	Nome do polígono
3	triângulo
4	quadrilátero
5	pentágono
6	hexágono
8	octógono
10	decágono

Correção comentada

Exercício 3.

Usamos:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ.$$

a) Pentágono: $n = 5$.

$$S_i = (5 - 2) \cdot 180^\circ = 3 \cdot 180^\circ = 540^\circ.$$

b) Hexágono: $n = 6$.

$$S_i = (6 - 2) \cdot 180^\circ = 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ.$$

c) Octógono: $n = 8$.

$$S_i = (8 - 2) \cdot 180^\circ = 6 \cdot 180^\circ = 1080^\circ.$$

d) Decágono: $n = 10$.

$$S_i = (10 - 2) \cdot 180^\circ = 8 \cdot 180^\circ = 1440^\circ.$$

Correção comentada

Exercício 4.

Usamos:

$$A_i = \frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}.$$

a) Quadrado: $n = 4$.

$$A_i = \frac{(4 - 2) \cdot 180^\circ}{4} = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ.$$

b) Pentágono regular: $n = 5$.

$$A_i = \frac{(5 - 2) \cdot 180^\circ}{5} = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ.$$

c) Hexágono regular: $n = 6$.

$$A_i = \frac{(6 - 2) \cdot 180^\circ}{6} = \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ.$$

d) Octógono regular: $n = 8$.

$$A_i = \frac{(8 - 2) \cdot 180^\circ}{8} = \frac{1080^\circ}{8} = 135^\circ.$$

Correção comentada

Exercício 5.

Usamos:

$$A_e = \frac{360^\circ}{n}.$$

a) Triângulo equilátero: $n = 3$.

$$A_e = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ.$$

b) Quadrado: $n = 4$.

$$A_e = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ.$$

c) Hexágono regular: $n = 6$.

$$A_e = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ.$$

d) Decágono regular: $n = 10$.

$$A_e = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ.$$

Correção comentada

Exercício 6.

Sabemos que:

$$A_e = \frac{360^\circ}{n}.$$

Como:

$$A_e = 30^\circ,$$

temos:

$$30 = \frac{360}{n}.$$

$$30n = 360.$$

$$n = 12.$$

Logo, o polígono possui:

12 lados.

Correção comentada

Exercício 7.

Sabemos que:

$$A_i + A_e = 180^\circ.$$

Como:

$$A_i = 135^\circ,$$

temos:

$$A_e = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ.$$

Agora:

$$A_e = \frac{360^\circ}{n}.$$

$$45 = \frac{360}{n}.$$

$$45n = 360.$$

$$n = 8.$$

Logo, o polígono possui:

8 lados.

Correção comentada

Exercício 8.

Usamos:

$$D = \frac{n(n-3)}{2}.$$

a) Pentágono: $n = 5$.

$$D = \frac{5(5-3)}{2} = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5.$$

b) Hexágono: $n = 6$.

$$D = \frac{6(6-3)}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9.$$

c) Octógono: $n = 8$.

$$D = \frac{8(8-3)}{2} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20.$$

d) Decágono: $n = 10$.

$$D = \frac{10(10-3)}{2} = \frac{10 \cdot 7}{2} = 35.$$

Correção comentada

Exercício 9.

Um heptágono possui:

$$n = 7.$$

Cada lado mede:

$$l = 9 \text{ cm.}$$

O perímetro é:

$$P = n \cdot l.$$

$$P = 7 \cdot 9 = 63.$$

Logo:

$$\boxed{P = 63 \text{ cm.}}$$

Correção comentada

Exercício 10.

A área de um polígono regular é:

$$A = \frac{P \cdot a}{2}.$$

Como:

$$P = 72 \quad \text{e} \quad a = 5,$$

temos:

$$A = \frac{72 \cdot 5}{2}.$$

$$A = \frac{360}{2} = 180.$$

Logo:

$$A = 180 \text{ cm}^2.$$

22 Lista extra de treino

Exercício 11

Calcule a soma dos ângulos internos de:

- a) um heptágono;
- b) um eneágono;
- c) um dodecágono.

Exercício 12

Calcule a medida de cada ângulo interno de:

- a) um triângulo equilátero;
- b) um heptágono regular;
- c) um dodecágono regular.

Exercício 13

Calcule a medida de cada ângulo externo de:

- a) um octógono regular;
- b) um dodecágono regular;
- c) um polígono regular de 18 lados.

Exercício 14

Um polígono regular possui cada ângulo externo medindo 24° . Quantos lados ele possui?

Exercício 15

Um polígono regular possui cada ângulo interno medindo 156° . Quantos lados ele possui?

Exercício 16

Calcule o número de diagonais de um dodecágono.

Exercício 17

Um polígono regular de 15 lados possui lado medindo 4 cm. Determine seu perímetro.

Exercício 18

Um polígono regular possui perímetro 120 cm e 10 lados. Determine a medida de cada lado.

Exercício 19

Um polígono regular possui perímetro 90 m e apótema 8 m. Determine sua área.

Exercício 20

Um polígono regular possui 9 lados.

- a) Quantos eixos de simetria ele possui?
- b) Qual é sua ordem de rotação?
- c) Qual é o menor ângulo positivo de rotação?

23 Síntese final

Resumo essencial

1. Polígono regular

É um polígono que possui:

- todos os lados congruentes;
- todos os ângulos internos congruentes.

2. Soma dos ângulos internos

Para um polígono de n lados:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ.$$

3. Cada ângulo interno de um polígono regular

$$A_i = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}.$$

4. Soma dos ângulos externos

$$S_e = 360^\circ.$$

5. Cada ângulo externo de um polígono regular

$$A_e = \frac{360^\circ}{n}.$$

6. Relação entre ângulo interno e externo

$$A_i + A_e = 180^\circ.$$

7. Diagonais

$$D = \frac{n(n-3)}{2}.$$

8. Perímetro de um polígono regular

$$P = n \cdot l.$$

9. Área de um polígono regular

Se P é o perímetro e a é o apótema:

$$A = \frac{P \cdot a}{2}.$$

10. Ângulo central

$$A_c = \frac{360^\circ}{n}.$$

11. Simetrias

Um polígono regular de n lados possui:

n eixos de simetria

e simetria de rotação de ordem:

n .

12. Ideia fundamental

A regularidade permite calcular medidas e reconhecer simetrias com fórmulas simples.

Fim do módulo

Polígonos Regulares