

Plano Cartesiano e Transformações de Polígonos

Curso de Matemática – 7º Ano

Objetivos da aula

Ao final deste módulo, o estudante deverá ser capaz de:

- 1) compreender a estrutura do plano cartesiano;
- 2) identificar eixo horizontal, eixo vertical e origem;
- 3) reconhecer e interpretar pares ordenados;
- 4) localizar pontos no plano cartesiano;
- 5) identificar quadrantes;
- 6) construir polígonos a partir das coordenadas de seus vértices;
- 7) descrever polígonos por meio de seus vértices;
- 8) realizar translações no plano cartesiano;
- 9) reconhecer simetrias em relação aos eixos coordenados;
- 10) reconhecer simetria em relação à origem;
- 11) aplicar transformações a polígonos usando coordenadas;
- 12) compreender o efeito da multiplicação das coordenadas por um número inteiro;
- 13) comparar uma figura original com sua imagem transformada.

Sumário

1	Ideia central do capítulo	3
2	O plano cartesiano	3
3	Par ordenado	4
4	Como localizar pontos no plano cartesiano	6
5	Quadrantes	7
6	Pontos sobre os eixos	9

7	Polígonos no plano cartesiano	10
8	Transformações geométricas	11
9	Translação	12
10	Reflexão em relação ao eixo x	13
11	Reflexão em relação ao eixo y	15
12	Reflexão em relação à origem	16
13	Transformações de polígonos por reflexão	18
14	Multiplicação das coordenadas por número inteiro	19
15	Comparação entre transformações	22
16	Distância horizontal e vertical	23
17	Transformações sucessivas	24
18	Fluxograma de transformação de polígonos	25
19	Erros comuns	25
20	Exercícios de fixação	27
21	Correção comentada	28
22	Lista extra de treino	33
23	Síntese final	34

1 Ideia central do capítulo

O plano cartesiano é uma ferramenta matemática usada para localizar pontos e representar figuras por meio de números.

Em vez de dizer apenas:

“o ponto está um pouco à direita e um pouco acima”,

podemos dizer exatamente:

$(3, 2)$.

Isso significa que o ponto está:

- 3 unidades à direita da origem;
- 2 unidades acima da origem.

Resumo essencial

A ideia central deste módulo é:

No plano cartesiano, cada ponto é localizado por um par ordenado (x, y) .

Com isso, podemos estudar:

- localização;
- polígonos;
- simetrias;
- translações;
- ampliações e reduções;
- transformações geométricas.

2 O plano cartesiano

Definição 2.1: Plano cartesiano

O plano cartesiano é um sistema formado por duas retas numéricas perpendiculares que se cruzam em um ponto chamado origem.

Essas retas são chamadas de eixos coordenados.

Definição 2.2: Eixo horizontal

O eixo horizontal é chamado de eixo x , eixo das abscissas ou eixo das primeiras coordenadas.

Definição 2.3: Eixo vertical

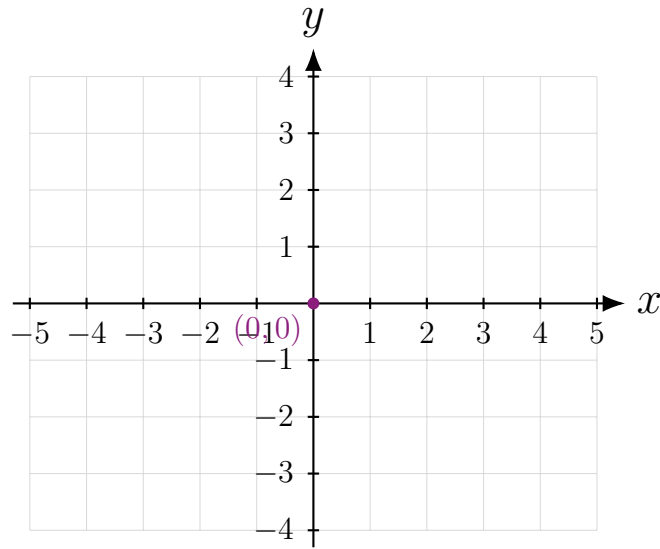
O eixo vertical é chamado de eixo y , eixo das ordenadas ou eixo das segundas coordenadas.

Definição 2.4: Origem

A origem é o ponto de encontro entre o eixo x e o eixo y .

Sua coordenada é:

$$(0, 0).$$



Observação

O plano cartesiano recebe esse nome em homenagem ao matemático René Descartes, que ajudou a desenvolver a relação entre Álgebra e Geometria.

3 Par ordenado

Definição 3.1: Par ordenado

Um par ordenado é uma dupla de números escrita na forma:

$$(x, y).$$

O primeiro número indica a posição horizontal, e o segundo número indica a posição vertical.

Notação

No par ordenado:

$$(4, -2),$$

temos:

$$x = 4$$

e

$$y = -2.$$

Isso significa:

- andar 4 unidades no sentido positivo do eixo x ;
- andar 2 unidades para baixo no eixo y .

Definição 3.2: Abscissa

A abscissa de um ponto é sua primeira coordenada.

No ponto:

$$P = (x, y),$$

a abscissa é x .

Definição 3.3: Ordenada

A ordenada de um ponto é sua segunda coordenada.

No ponto:

$$P = (x, y),$$

a ordenada é y .

Exemplo

No ponto:

$$A = (3, 5),$$

a abscissa é:

$$3,$$

e a ordenada é:

$$5.$$

Atenção

A ordem das coordenadas importa.

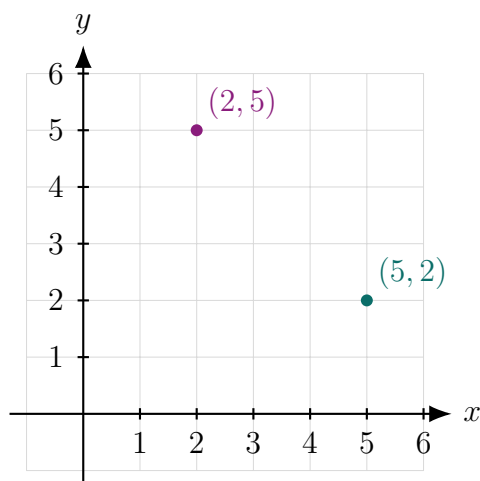
Os pontos:

$$(2, 5)$$

e:

$$(5, 2)$$

não são o mesmo ponto.



4 Como localizar pontos no plano cartesiano

Método

Para localizar o ponto (x, y) no plano cartesiano:

- 1) comece na origem $(0, 0)$;
- 2) use a primeira coordenada x para se deslocar na horizontal;
- 3) se $x > 0$, vá para a direita;
- 4) se $x < 0$, vá para a esquerda;
- 5) use a segunda coordenada y para se deslocar na vertical;
- 6) se $y > 0$, suba;
- 7) se $y < 0$, desça;
- 8) marque o ponto.

Exemplo

Localize o ponto:

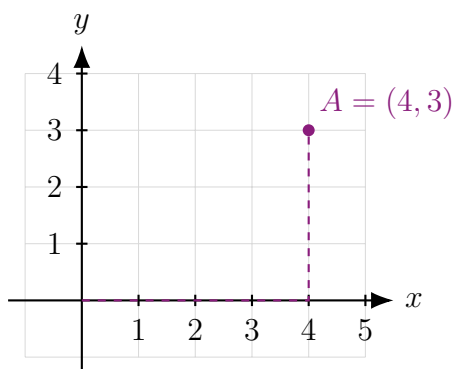
$$A = (4, 3).$$

Começamos na origem.

Como $x = 4$, andamos 4 unidades para a direita.

Como $y = 3$, subimos 3 unidades.

O ponto fica na posição $(4, 3)$.



Exemplo

Localize o ponto:

$$B = (-3, 2).$$

Como $x = -3$, andamos 3 unidades para a esquerda.

Como $y = 2$, subimos 2 unidades.

Logo, o ponto está em:

$$(-3, 2).$$

Exemplo

Localize o ponto:

$$C = (2, -4).$$

Como $x = 2$, andamos 2 unidades para a direita.

Como $y = -4$, descemos 4 unidades.

Logo, o ponto está em:

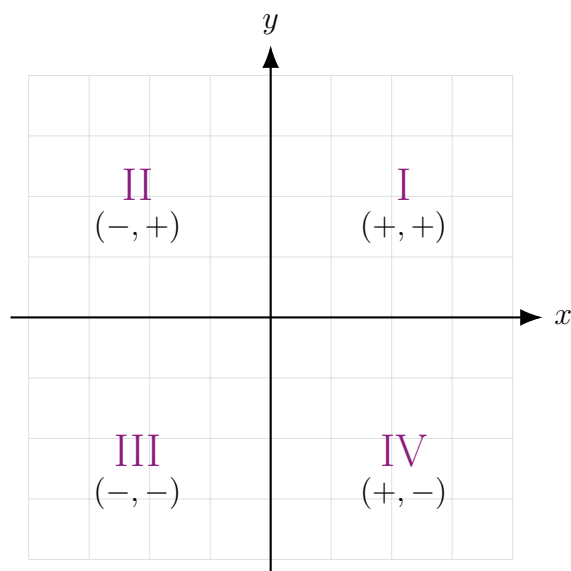
$$(2, -4).$$

5 Quadrantes

Os eixos coordenados dividem o plano cartesiano em quatro regiões chamadas quadrantes.

Definição 5.1: Quadrantes

Os quadrantes são as quatro regiões em que o plano cartesiano é dividido pelos eixos x e y .



Quadrante	Sinal de x	Sinal de y
I	positivo	positivo
II	negativo	positivo
III	negativo	negativo
IV	positivo	negativo

Exemplo

O ponto:

$$A = (3, 4)$$

está no primeiro quadrante, pois $x > 0$ e $y > 0$.

O ponto:

$$B = (-2, 5)$$

está no segundo quadrante, pois $x < 0$ e $y > 0$.

O ponto:

$$C = (-4, -1)$$

está no terceiro quadrante, pois $x < 0$ e $y < 0$.

O ponto:

$$D = (6, -3)$$

está no quarto quadrante, pois $x > 0$ e $y < 0$.

Atenção

Pontos que estão sobre os eixos não pertencem a nenhum quadrante.
Por exemplo:

$(0, 3)$
está sobre o eixo y .

$(-4, 0)$
está sobre o eixo x .

6 Pontos sobre os eixos

Teorema 6.1: Ponto sobre o eixo x

Um ponto está sobre o eixo x quando sua ordenada é zero.
Ou seja:

$$P = (x, 0).$$

Exemplo

Os pontos:

$$(2, 0), \quad (-5, 0), \quad (0, 0)$$

estão sobre o eixo x .

Teorema 6.2: Ponto sobre o eixo y

Um ponto está sobre o eixo y quando sua abscissa é zero.
Ou seja:

$$P = (0, y).$$

Exemplo

Os pontos:

$$(0, 4), \quad (0, -3), \quad (0, 0)$$

estão sobre o eixo y .

Observação

A origem:

$$(0, 0)$$

pertence ao eixo x e ao eixo y .

7 Polígonos no plano cartesiano

Definição 7.1: Polígono no plano cartesiano

Um polígono no plano cartesiano é uma figura plana formada por segmentos de reta que unem pontos chamados vértices.

Cada vértice pode ser descrito por um par ordenado.

Definição 7.2: Vértice

Um vértice é um ponto de encontro entre dois lados de um polígono.

Definição 7.3: Lado

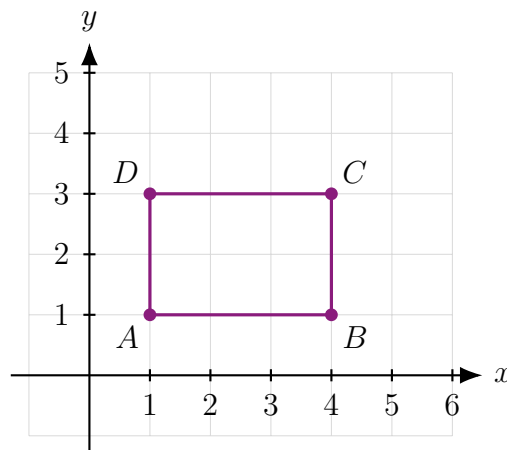
Um lado de um polígono é um segmento de reta que une dois vértices consecutivos.

Exemplo

Considere os pontos:

$$A = (1, 1), \quad B = (4, 1), \quad C = (4, 3), \quad D = (1, 3).$$

Ao ligar os pontos A , B , C , D e retornar a A , obtemos um retângulo.



Método

Para desenhar um polígono no plano cartesiano:

- 1) marque cada vértice no plano;
- 2) ligue os vértices na ordem indicada;
- 3) ao final, ligue o último vértice ao primeiro;
- 4) identifique a figura obtida.

Exemplo

Desenhe o triângulo de vértices:

$$A = (-2, 1), \quad B = (2, 1), \quad C = (0, 4).$$

Marcando os três pontos e ligando A , B , C e A , obtemos um triângulo.

8 Transformações geométricas

Definição 8.1: Transformação geométrica

Uma transformação geométrica é uma regra que leva pontos de uma figura a novos pontos, formando uma nova figura chamada imagem da figura original.

Definição 8.2: Imagem de um ponto

A imagem de um ponto é o novo ponto obtido após aplicar uma transformação geométrica.

Exemplo

Se uma transformação leva o ponto:

$$A = (2, 3)$$

ao ponto:

$$A' = (5, 3),$$

dizemos que A' é a imagem de A .

Definição 8.3: Figura original e figura transformada

A figura original é a figura antes da transformação.

A figura transformada é a imagem obtida após aplicar a transformação.

Notação

Usamos frequentemente uma linha para indicar imagem de um ponto.
Se A é um ponto original, sua imagem pode ser indicada por:

$$A'.$$

Lemos:

“ A linha”.

Resumo essencial

Uma transformação no plano cartesiano pode ser descrita por uma regra de coordenadas.
Por exemplo:

$$(x, y) \mapsto (x + 2, y - 1).$$

Isso significa que cada ponto é levado para outro ponto.

9 Translação

Definição 9.1: Translação

Uma translação é uma transformação que desloca todos os pontos de uma figura na mesma direção, no mesmo sentido e pela mesma distância.

Teorema 9.1: Regra da translação

Uma translação que desloca a unidades na horizontal e b unidades na vertical transforma cada ponto (x, y) em:

$$(x, y) \mapsto (x + a, y + b).$$

Exemplo

A transformação:

$$(x, y) \mapsto (x + 3, y + 2)$$

desloca cada ponto:

- 3 unidades para a direita;
- 2 unidades para cima.

Exemplo

Aplique a translação:

$$(x, y) \mapsto (x + 2, y - 1)$$

ao ponto:

$$A = (3, 4).$$

Temos:

$$x' = 3 + 2 = 5.$$

$$y' = 4 - 1 = 3.$$

Logo:

$$A' = (5, 3).$$

Exemplo

Considere o triângulo:

$$A = (1, 1), \quad B = (4, 1), \quad C = (2, 3).$$

Aplique a translação:

$$(x, y) \mapsto (x + 1, y + 2).$$

Calculamos:

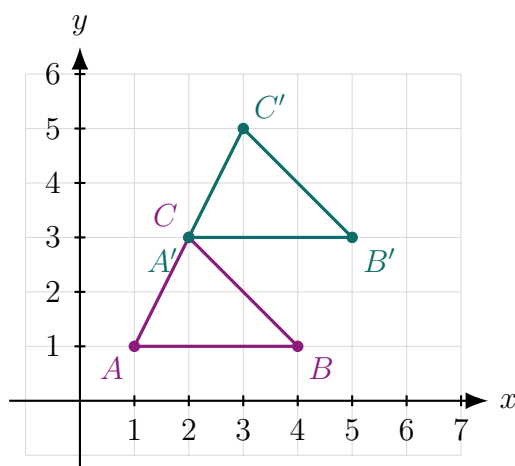
$$A = (1, 1) \mapsto A' = (2, 3).$$

$$B = (4, 1) \mapsto B' = (5, 3).$$

$$C = (2, 3) \mapsto C' = (3, 5).$$

Logo, o triângulo transformado tem vértices:

$$A' = (2, 3), \quad B' = (5, 3), \quad C' = (3, 5).$$



Observação

A translação não altera o tamanho nem o formato da figura. Ela apenas muda sua posição.

10 Reflexão em relação ao eixo x

Definição 10.1: Reflexão em relação ao eixo x

A reflexão em relação ao eixo x é uma transformação que leva cada ponto para seu simétrico em relação ao eixo horizontal.

Teorema 10.1: Regra da reflexão no eixo x

A reflexão em relação ao eixo x transforma cada ponto:

$$(x, y)$$

em:

$$(x, -y).$$

Ou seja:

$$(x, y) \mapsto (x, -y).$$

Exemplo

O ponto:

$$A = (3, 4)$$

refletido em relação ao eixo x torna-se:

$$A' = (3, -4).$$

Exemplo

O ponto:

$$B = (-2, -5)$$

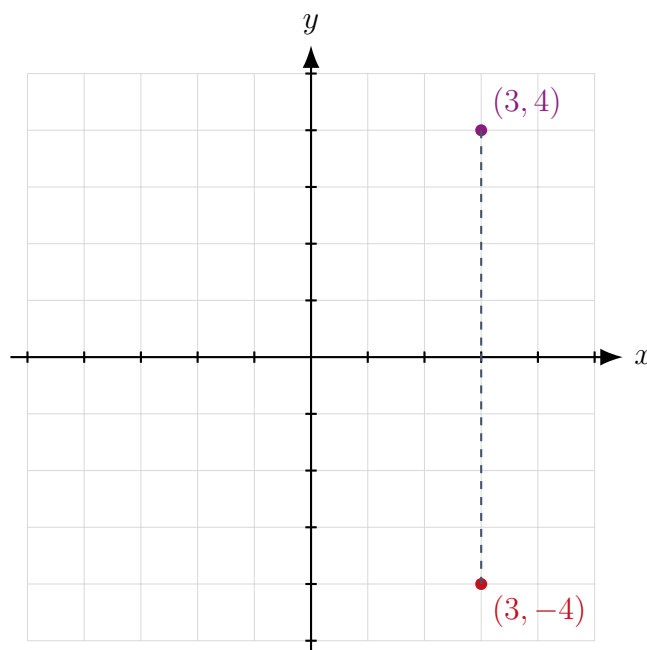
refletido em relação ao eixo x torna-se:

$$B' = (-2, 5).$$

Observação

Na reflexão em relação ao eixo x :

- a coordenada x permanece igual;
- a coordenada y troca de sinal.



11 Reflexão em relação ao eixo y

Definição 11.1: Reflexão em relação ao eixo y

A reflexão em relação ao eixo y é uma transformação que leva cada ponto para seu simétrico em relação ao eixo vertical.

Teorema 11.1: Regra da reflexão no eixo y

A reflexão em relação ao eixo y transforma cada ponto:

$$(x, y)$$

em:

$$(-x, y).$$

Ou seja:

$$(x, y) \mapsto (-x, y).$$

Exemplo

O ponto:

$$A = (4, 2)$$

refletido em relação ao eixo y torna-se:

$$A' = (-4, 2).$$

Exemplo

O ponto:

$$B = (-3, -1)$$

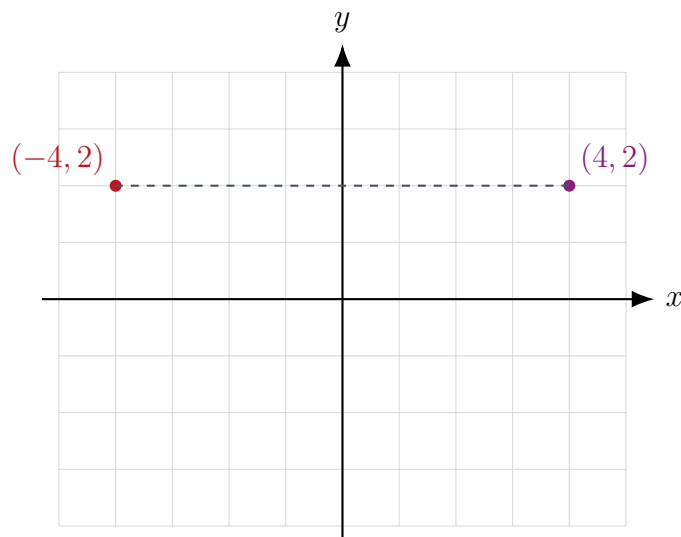
refletido em relação ao eixo y torna-se:

$$B' = (3, -1).$$

Observação

Na reflexão em relação ao eixo y :

- a coordenada x troca de sinal;
- a coordenada y permanece igual.



12 Reflexão em relação à origem

Definição 12.1: Reflexão em relação à origem

A reflexão em relação à origem leva cada ponto para o ponto simétrico em relação a $(0, 0)$.

Teorema 12.1: Regra da reflexão na origem

A reflexão em relação à origem transforma cada ponto:

$$(x, y)$$

em:

$$(-x, -y).$$

Ou seja:

$$(x, y) \mapsto (-x, -y).$$

Exemplo

O ponto:

$$A = (3, 2)$$

refletido em relação à origem torna-se:

$$A' = (-3, -2).$$

Exemplo

O ponto:

$$B = (-4, 5)$$

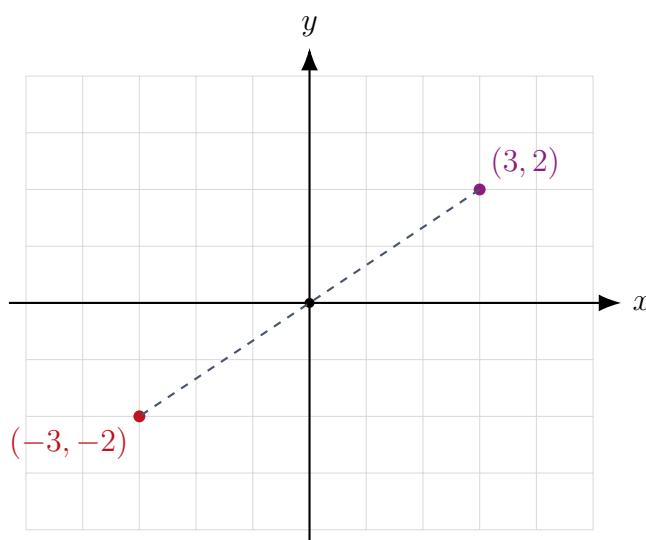
refletido em relação à origem torna-se:

$$B' = (4, -5).$$

Observação

Na reflexão em relação à origem:

- a coordenada x troca de sinal;
- a coordenada y troca de sinal.



Atenção

Não confunda reflexão no eixo x , reflexão no eixo y e reflexão na origem.

$$\text{Eixo } x : (x, y) \mapsto (x, -y).$$

$$\text{Eixo } y : (x, y) \mapsto (-x, y).$$

$$\text{Origem} : (x, y) \mapsto (-x, -y).$$

13 Transformações de polígonos por reflexão

Para transformar um polígono, aplicamos a regra da transformação a todos os seus vértices.

Método

Para refletir um polígono:

- 1) escreva as coordenadas dos vértices;
- 2) aplique a regra de reflexão a cada vértice;
- 3) marque os novos pontos no plano cartesiano;
- 4) ligue os novos vértices na mesma ordem;
- 5) compare a figura original com a figura transformada.

Exemplo

Considere o triângulo:

$$A = (1, 1), \quad B = (4, 1), \quad C = (2, 3).$$

Vamos refletir em relação ao eixo x .

A regra é:

$$(x, y) \mapsto (x, -y).$$

Então:

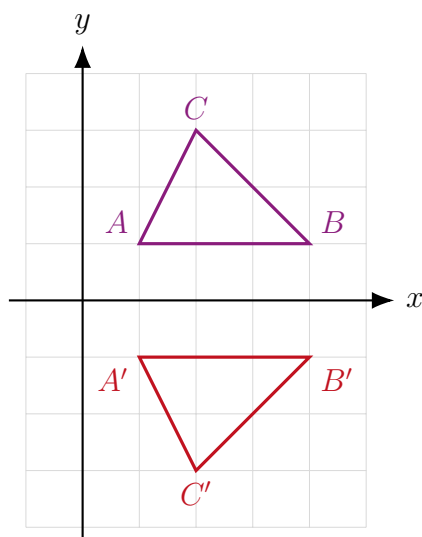
$$A = (1, 1) \mapsto A' = (1, -1).$$

$$B = (4, 1) \mapsto B' = (4, -1).$$

$$C = (2, 3) \mapsto C' = (2, -3).$$

Logo, a imagem do triângulo tem vértices:

$$A' = (1, -1), \quad B' = (4, -1), \quad C' = (2, -3).$$



Exemplo

Considere o quadrilátero:

$$A = (1, 1), \quad B = (3, 1), \quad C = (4, 3), \quad D = (2, 4).$$

Vamos refletir em relação ao eixo y .

A regra é:

$$(x, y) \mapsto (-x, y).$$

Logo:

$$A' = (-1, 1),$$

$$B' = (-3, 1),$$

$$C' = (-4, 3),$$

$$D' = (-2, 4).$$

Portanto, o quadrilátero refletido tem vértices:

$$A' = (-1, 1), \quad B' = (-3, 1), \quad C' = (-4, 3), \quad D' = (-2, 4).$$

14 Multiplicação das coordenadas por número inteiro

Definição 14.1: Multiplicação das coordenadas

Multiplicar as coordenadas de um ponto por um número inteiro k significa transformar o ponto:

$$(x, y)$$

em:

$$(kx, ky).$$

Notação

A transformação:

$$(x, y) \mapsto (kx, ky)$$

multiplica as duas coordenadas pelo mesmo número k .

Exemplo

Se $k = 2$, então:

$$(x, y) \mapsto (2x, 2y).$$

O ponto:

$$A = (3, 1)$$

será transformado em:

$$A' = (6, 2).$$

Exemplo

Se $k = -1$, então:

$$(x, y) \mapsto (-x, -y).$$

Essa transformação é a reflexão em relação à origem.

Teorema 14.1: Efeito da multiplicação por inteiro positivo

Se k é um número inteiro positivo maior que 1, a transformação:

$$(x, y) \mapsto (kx, ky)$$

afasta os pontos da origem, ampliando a figura em relação à origem.

Exemplo

Considere o triângulo:

$$A = (1, 1), \quad B = (2, 1), \quad C = (1, 3).$$

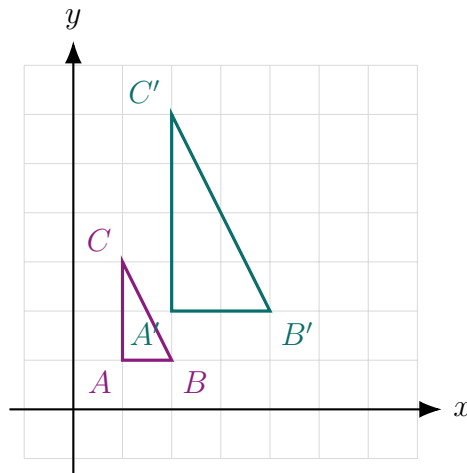
Multiplicando as coordenadas por 2, temos:

$$A' = (2, 2),$$

$$B' = (4, 2),$$

$$C' = (2, 6).$$

A nova figura é uma ampliação da original em relação à origem.



Teorema 14.2: Efeito da multiplicação por -1

A transformação:

$$(x, y) \mapsto (-x, -y)$$

é a reflexão em relação à origem.

Exemplo

O ponto:

$$A = (2, -3)$$

multiplicado por -1 torna-se:

$$A' = (-2, 3).$$

Isso é exatamente a reflexão de A em relação à origem.

Teorema 14.3: Efeito da multiplicação por inteiro negativo

Se k é um número inteiro negativo, a transformação:

$$(x, y) \mapsto (kx, ky)$$

combina uma reflexão em relação à origem com uma ampliação, quando $|k| > 1$.

Exemplo

Se $k = -2$, então:

$$(x, y) \mapsto (-2x, -2y).$$

O ponto:

$$A = (1, 2)$$

torna-se:

$$A' = (-2, -4).$$

O ponto muda para o lado oposto em relação à origem e fica duas vezes mais distante dela.

Atenção

Multiplicar as coordenadas por k não é o mesmo que transladar a figura.
Na translação:

$$(x, y) \mapsto (x + a, y + b),$$

somamos valores às coordenadas.

Na multiplicação:

$$(x, y) \mapsto (kx, ky),$$

multiplicamos as coordenadas.

15 Comparação entre transformações

Transformação	Regra	Efeito
Translação	$(x, y) \mapsto (x + a, y + b)$	desloca a figura
Reflexão no eixo x	$(x, y) \mapsto (x, -y)$	espelha verticalmente
Reflexão no eixo y	$(x, y) \mapsto (-x, y)$	espelha horizontalmente
Reflexão na origem	$(x, y) \mapsto (-x, -y)$	troca os dois sinais
Multiplicação por k	$(x, y) \mapsto (kx, ky)$	amplia, reduz ou reflete em relação à origem

Resumo essencial

Para transformar um polígono, basta transformar cada vértice e ligar os pontos obtidos na mesma ordem.

16 Distância horizontal e vertical

Definição 16.1: Distância horizontal

A distância horizontal entre dois pontos com a mesma ordenada é a diferença positiva entre suas abscissas.

Exemplo

Os pontos:

$$A = (1, 3) \quad \text{e} \quad B = (5, 3)$$

possuem a mesma ordenada 3.

A distância horizontal entre eles é:

$$5 - 1 = 4.$$

Definição 16.2: Distância vertical

A distância vertical entre dois pontos com a mesma abscissa é a diferença positiva entre suas ordenadas.

Exemplo

Os pontos:

$$C = (2, -1) \quad \text{e} \quad D = (2, 4)$$

possuem a mesma abscissa 2.

A distância vertical entre eles é:

$$4 - (-1) = 5.$$

Observação

No 7º ano, podemos usar essas distâncias para estudar lados horizontais e verticais de polígonos no plano cartesiano.

Exemplo

Considere o retângulo de vértices:

$$A = (1, 1), \quad B = (5, 1), \quad C = (5, 4), \quad D = (1, 4).$$

A base mede:

$$5 - 1 = 4.$$

A altura mede:

$$4 - 1 = 3.$$

Logo, o perímetro é:

$$2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = 8 + 6 = 14.$$

17 Transformações sucessivas

Definição 17.1: Transformações sucessivas

Transformações sucessivas são transformações aplicadas uma após a outra.

Exemplo

Considere o ponto:

$$A = (2, 3).$$

Primeiro, refletimos em relação ao eixo x :

$$(2, 3) \mapsto (2, -3).$$

Depois, refletimos em relação ao eixo y :

$$(2, -3) \mapsto (-2, -3).$$

Logo, depois das duas transformações, temos:

$$A'' = (-2, -3).$$

Observação

Refletir primeiro no eixo x e depois no eixo y produz o mesmo efeito que refletir diretamente em relação à origem:

$$(x, y) \mapsto (-x, -y).$$

Exemplo

Comece com:

$$P = (1, -4).$$

Aplique a translação:

$$(x, y) \mapsto (x + 3, y + 2).$$

Obtemos:

$$P' = (4, -2).$$

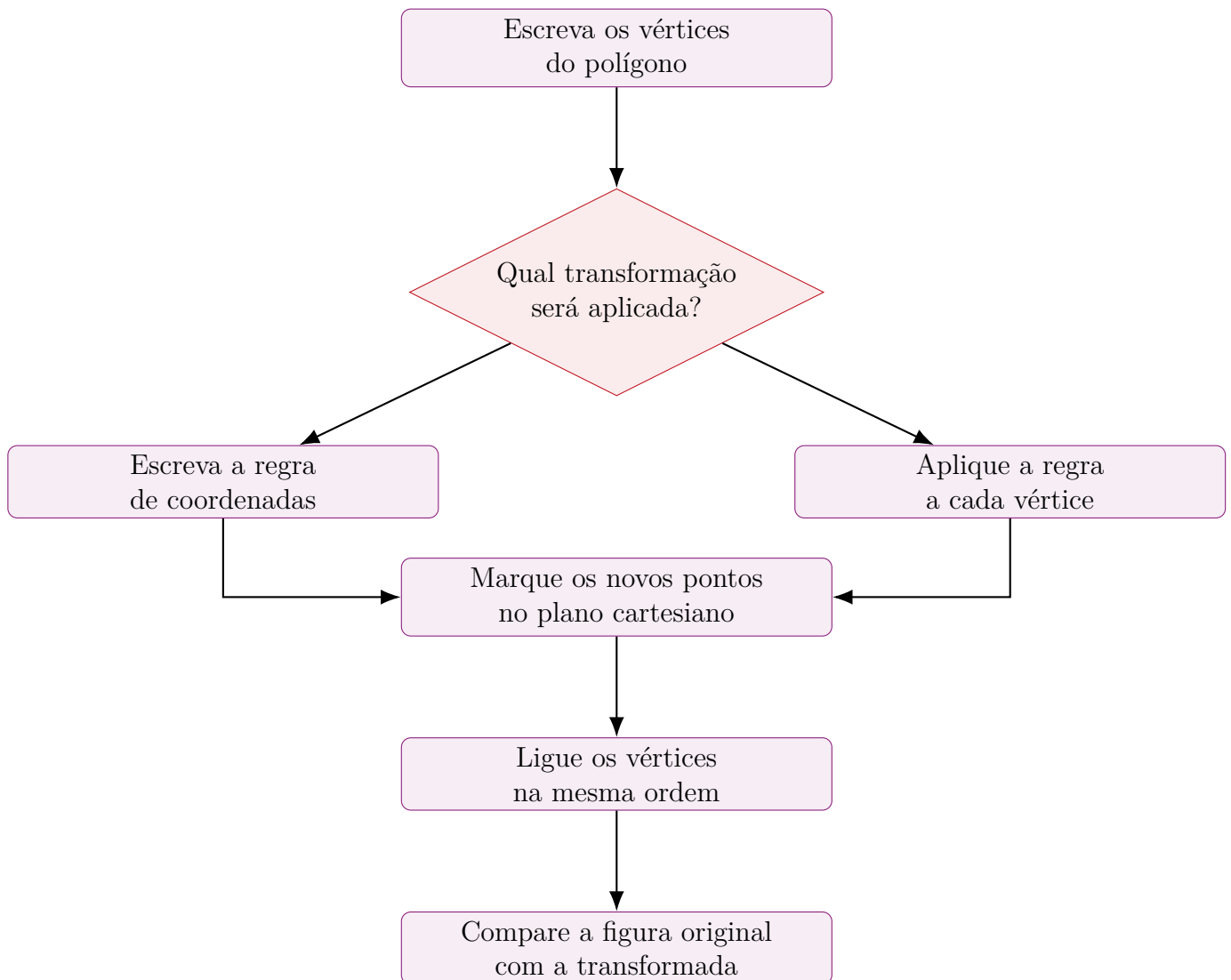
Agora reflita P' em relação ao eixo y :

$$(4, -2) \mapsto (-4, -2).$$

Logo:

$$P'' = (-4, -2).$$

18 Fluxograma de transformação de polígonos



19 Erros comuns

Atenção

Erro 1: Trocar a ordem das coordenadas.

O ponto:

$(3, 5)$

não é o mesmo que:

$$(5, 3).$$

A primeira coordenada é sempre horizontal, e a segunda é sempre vertical.

Atenção

Erro 2: Confundir eixo x com eixo y .

O eixo x é horizontal.

O eixo y é vertical.

Atenção

Erro 3: Errar o sinal na reflexão.

Na reflexão em relação ao eixo x :

$$(x, y) \mapsto (x, -y).$$

Apenas o y troca de sinal.

Na reflexão em relação ao eixo y :

$$(x, y) \mapsto (-x, y).$$

Apenas o x troca de sinal.

Atenção

Erro 4: Achar que translação muda o tamanho da figura.

A translação apenas desloca a figura.

Ela não altera:

- medidas dos lados;
- ângulos;
- formato;
- tamanho.

Atenção

Erro 5: Multiplicar apenas uma coordenada.

Na transformação:

$$(x, y) \mapsto (2x, 2y),$$

as duas coordenadas devem ser multiplicadas por 2.

Atenção

Erro 6: Ligar os vértices em ordem diferente.

Ao transformar um polígono, devemos ligar os novos vértices na mesma ordem dos vértices originais.

Caso contrário, a figura pode ficar incorreta.

20 Exercícios de fixação

Exercício 1

Para cada ponto, indique a abscissa e a ordenada.

$$A = (3, 5), \quad B = (-2, 4), \quad C = (0, -6), \quad D = (-7, 0).$$

Exercício 2

Indique em qual quadrante está cada ponto.

$$A = (2, 3), \quad B = (-4, 1), \quad C = (-3, -5), \quad D = (6, -2).$$

Exercício 3

Diga se cada ponto está sobre o eixo x , sobre o eixo y , na origem ou em nenhum eixo.

$$A = (5, 0), \quad B = (0, -3), \quad C = (0, 0), \quad D = (2, 4).$$

Exercício 4

Desenhe no plano cartesiano o triângulo de vértices:

$$A = (1, 1), \quad B = (5, 1), \quad C = (3, 4).$$

Exercício 5

Aplique a translação:

$$(x, y) \mapsto (x + 2, y - 3)$$

aos pontos:

$$A = (1, 5), \quad B = (-2, 4), \quad C = (0, -1).$$

Exercício 6

Refleta os pontos abaixo em relação ao eixo x .

$$A = (3, 4), \quad B = (-2, 5), \quad C = (-1, -6), \quad D = (7, -3).$$

Exercício 7

Refleta os pontos abaixo em relação ao eixo y .

$$A = (3, 4), \quad B = (-2, 5), \quad C = (-1, -6), \quad D = (7, -3).$$

Exercício 8

Refleta os pontos abaixo em relação à origem.

$$A = (3, 4), \quad B = (-2, 5), \quad C = (-1, -6), \quad D = (7, -3).$$

Exercício 9

Considere o triângulo:

$$A = (1, 2), \quad B = (4, 2), \quad C = (2, 5).$$

Multiplique as coordenadas de todos os vértices por 2. Quais são os vértices da nova figura?

Exercício 10

Considere o quadrilátero:

$$A = (1, 1), \quad B = (4, 1), \quad C = (4, 3), \quad D = (1, 3).$$

Aplique a reflexão em relação ao eixo y . Quais são as coordenadas dos vértices transformados?

21 Correção comentada

Correção comentada

Exercício 1.

No ponto:

$$A = (3, 5),$$

a abscissa é 3 e a ordenada é 5.

No ponto:

$$B = (-2, 4),$$

a abscissa é -2 e a ordenada é 4.

No ponto:

$$C = (0, -6),$$

a abscissa é 0 e a ordenada é -6 .

No ponto:

$$D = (-7, 0),$$

a abscissa é -7 e a ordenada é 0.

Correção comentada

Exercício 2.

$$A = (2, 3)$$

tem $x > 0$ e $y > 0$, portanto está no primeiro quadrante.

$$B = (-4, 1)$$

tem $x < 0$ e $y > 0$, portanto está no segundo quadrante.

$$C = (-3, -5)$$

tem $x < 0$ e $y < 0$, portanto está no terceiro quadrante.

$$D = (6, -2)$$

tem $x > 0$ e $y < 0$, portanto está no quarto quadrante.

Correção comentada

Exercício 3.

$$A = (5, 0)$$

está sobre o eixo x , pois sua ordenada é zero.

$$B = (0, -3)$$

está sobre o eixo y , pois sua abscissa é zero.

$$C = (0, 0)$$

está na origem.

$$D = (2, 4)$$

não está sobre nenhum eixo, pois suas duas coordenadas são diferentes de zero.

Correção comentada

Exercício 4.

Para desenhar o triângulo, devemos marcar os pontos:

$$A = (1, 1),$$

$$B = (5, 1),$$

$$C = (3, 4).$$

Depois, ligamos os pontos na ordem:

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A.$$

Assim, obtemos o triângulo pedido.

Correção comentada

Exercício 5.

A regra é:

$$(x, y) \mapsto (x + 2, y - 3).$$

Para:

$$A = (1, 5),$$

temos:

$$A' = (1 + 2, 5 - 3) = (3, 2).$$

Para:

$$B = (-2, 4),$$

temos:

$$B' = (-2 + 2, 4 - 3) = (0, 1).$$

Para:

$$C = (0, -1),$$

temos:

$$C' = (0 + 2, -1 - 3) = (2, -4).$$

Logo:

$$A' = (3, 2), \quad B' = (0, 1), \quad C' = (2, -4).$$

Correção comentada

Exercício 6.

Reflexão em relação ao eixo x :

$$(x, y) \mapsto (x, -y).$$

Então:

$$A = (3, 4) \mapsto A' = (3, -4).$$

$$B = (-2, 5) \mapsto B' = (-2, -5).$$

$$C = (-1, -6) \mapsto C' = (-1, 6).$$

$$D = (7, -3) \mapsto D' = (7, 3).$$

Logo:

$$A' = (3, -4), \quad B' = (-2, -5), \quad C' = (-1, 6), \quad D' = (7, 3).$$

Correção comentada

Exercício 7.

Reflexão em relação ao eixo y :

$$(x, y) \mapsto (-x, y).$$

Então:

$$A = (3, 4) \mapsto A' = (-3, 4).$$

$$B = (-2, 5) \mapsto B' = (2, 5).$$

$$C = (-1, -6) \mapsto C' = (1, -6).$$

$$D = (7, -3) \mapsto D' = (-7, -3).$$

Logo:

$$A' = (-3, 4), \quad B' = (2, 5), \quad C' = (1, -6), \quad D' = (-7, -3).$$

Correção comentada

Exercício 8.

Reflexão em relação à origem:

$$(x, y) \mapsto (-x, -y).$$

Então:

$$A = (3, 4) \mapsto A' = (-3, -4).$$

$$B = (-2, 5) \mapsto B' = (2, -5).$$

$$C = (-1, -6) \mapsto C' = (1, 6).$$

$$D = (7, -3) \mapsto D' = (-7, 3).$$

Logo:

$$A' = (-3, -4), \quad B' = (2, -5), \quad C' = (1, 6), \quad D' = (-7, 3).$$

Correção comentada

Exercício 9.

Multiplicar as coordenadas por 2 significa aplicar:

$$(x, y) \mapsto (2x, 2y).$$

Para:

$$A = (1, 2),$$

temos:

$$A' = (2, 4).$$

Para:

$$B = (4, 2),$$

temos:

$$B' = (8, 4).$$

Para:

$$C = (2, 5),$$

temos:

$$C' = (4, 10).$$

Logo:

$$A' = (2, 4), \quad B' = (8, 4), \quad C' = (4, 10).$$

Correção comentada

Exercício 10.

Reflexão em relação ao eixo y :

$$(x, y) \mapsto (-x, y).$$

Então:

$$A = (1, 1) \mapsto A' = (-1, 1).$$

$$B = (4, 1) \mapsto B' = (-4, 1).$$

$$C = (4, 3) \mapsto C' = (-4, 3).$$

$$D = (1, 3) \mapsto D' = (-1, 3).$$

Logo:

$$A' = (-1, 1), \quad B' = (-4, 1), \quad C' = (-4, 3), \quad D' = (-1, 3).$$

22 Lista extra de treino

Exercício 11

Localize no plano cartesiano os pontos:

$$A = (-3, 2), \quad B = (4, -1), \quad C = (-5, -4), \quad D = (0, 3), \quad E = (6, 0).$$

Exercício 12

Indique o quadrante de cada ponto, quando houver.

$$A = (-2, 7), \quad B = (5, 5), \quad C = (-1, -3), \quad D = (2, -8), \quad E = (0, 4).$$

Exercício 13

Desenhe o quadrilátero de vértices:

$$A = (-2, 1), \quad B = (2, 1), \quad C = (3, 4), \quad D = (-1, 4).$$

Exercício 14

Aplique a translação:

$$(x, y) \mapsto (x - 3, y + 4)$$

aos pontos:

$$A = (5, 1), \quad B = (2, -3), \quad C = (-1, 0).$$

Exercício 15

O triângulo de vértices:

$$A = (2, 1), \quad B = (5, 1), \quad C = (3, 4)$$

foi refletido em relação ao eixo x . Determine os vértices da imagem.

Exercício 16

O triângulo de vértices:

$$A = (2, 1), \quad B = (5, 1), \quad C = (3, 4)$$

foi refletido em relação ao eixo y . Determine os vértices da imagem.

Exercício 17

O triângulo de vértices:

$$A = (2, 1), \quad B = (5, 1), \quad C = (3, 4)$$

foi refletido em relação à origem. Determine os vértices da imagem.

Exercício 18

Multiplique as coordenadas dos vértices do quadrilátero abaixo por 3.

$$A = (1, 1), \quad B = (2, 1), \quad C = (2, 3), \quad D = (1, 3).$$

Exercício 19

Multiplique as coordenadas dos vértices do triângulo abaixo por -1 .

$$A = (1, 2), \quad B = (3, 1), \quad C = (2, 4).$$

Que transformação geométrica foi realizada?

Exercício 20

Um retângulo possui vértices:

$$A = (1, 1), \quad B = (6, 1), \quad C = (6, 4), \quad D = (1, 4).$$

Determine sua base, sua altura e seu perímetro.

23 Síntese final

Resumo essencial

1. Plano cartesiano

É formado por dois eixos perpendiculares:

eixo x e eixo y .

2. Origem

$(0, 0)$.

3. Par ordenado

(x, y) .

A primeira coordenada indica a posição horizontal.

A segunda coordenada indica a posição vertical.

4. Quadrantes

$I : (+, +), \quad II : (-, +), \quad III : (-, -), \quad IV : (+, -).$

5. Pontos sobre os eixos

Sobre o eixo x :

$$(x, 0).$$

Sobre o eixo y :

$$(0, y).$$

6. Polígono no plano cartesiano

É representado por seus vértices:

$$A = (x_1, y_1), \quad B = (x_2, y_2), \quad \dots$$

7. Translação

$$(x, y) \mapsto (x + a, y + b).$$

8. Reflexão no eixo x

$$(x, y) \mapsto (x, -y).$$

9. Reflexão no eixo y

$$(x, y) \mapsto (-x, y).$$

10. Reflexão na origem

$$(x, y) \mapsto (-x, -y).$$

11. Multiplicação das coordenadas por k

$$(x, y) \mapsto (kx, ky).$$

12. Ideia fundamental

Para transformar um polígono, transformamos cada vértice e ligamos os novos vértices na mesma ordem.

Fim do módulo

Plano Cartesiano e Transformações de Polígonos