

Expressões Algébricas Equivalentes

Curso de Matemática – 7º Ano

Objetivos da aula

Ao final deste módulo, o estudante deverá ser capaz de:

- 1) compreender o conceito de expressões algébricas equivalentes;
- 2) reconhecer que uma mesma relação pode ser escrita de formas diferentes;
- 3) identificar termos algébricos semelhantes;
- 4) reduzir expressões algébricas por meio da adição de termos semelhantes;
- 5) aplicar as propriedades comutativa, associativa e distributiva;
- 6) usar a propriedade distributiva para expandir expressões;
- 7) usar o fator comum para reescrever expressões;
- 8) verificar equivalência por substituição de valores;
- 9) compreender que testar alguns valores não prova equivalência em todos os casos;
- 10) aplicar expressões equivalentes em problemas, figuras e sequências.

Sumário

1	Ideia central do capítulo	3
2	Revisão: expressão algébrica	3
3	O que são expressões equivalentes?	4
4	Testando expressões por substituição	6
5	Propriedades que geram expressões equivalentes	8
5.1	Propriedade comutativa da adição	8
5.2	Propriedade comutativa da multiplicação	8
5.3	Propriedade associativa da adição	8
5.4	Propriedade associativa da multiplicação	9
5.5	Propriedade distributiva	9
6	Termos semelhantes	10

7	Redução de termos semelhantes	11
8	Simplificação de expressões algébricas	13
9	Expandir expressões	14
10	Fator comum	16
11	Expressões equivalentes em sequências	17
12	Expressões equivalentes em figuras	18
13	Equivalência e identidade	19
14	Como provar que duas expressões são equivalentes	20
15	Fluxograma de simplificação	22
16	Erros comuns	22
17	Exercícios de fixação	24
18	Correção comentada	26
19	Lista extra de treino	30
20	Síntese final	32

1 Ideia central do capítulo

Na Matemática, muitas vezes uma mesma ideia pode ser escrita de formas diferentes.

Por exemplo:

$$2(x + 3)$$

e

$$2x + 6$$

parecem expressões diferentes, mas representam o mesmo valor para qualquer valor de x .

Se $x = 1$:

$$2(x + 3) = 2(1 + 3) = 2 \cdot 4 = 8,$$

e

$$2x + 6 = 2 \cdot 1 + 6 = 2 + 6 = 8.$$

Se $x = 5$:

$$2(x + 3) = 2(5 + 3) = 2 \cdot 8 = 16,$$

e

$$2x + 6 = 2 \cdot 5 + 6 = 10 + 6 = 16.$$

Em ambos os casos, os resultados são iguais.

Resumo essencial

A ideia central deste módulo é:

Duas expressões algébricas são equivalentes quando têm o mesmo valor para todo valor da variável.

2 Revisão: expressão algébrica

Definição 2.1: Expressão algébrica

Uma expressão algébrica é uma combinação de números, letras e operações matemáticas. Exemplos:

$$3x + 5, \quad 2a - 7, \quad 4(n + 1), \quad 5y - y + 8.$$

Exemplo

A expressão:

$$3x + 5$$

possui:

- a variável x ;
- o coeficiente 3;
- o termo constante 5;
- as operações de multiplicação e adição.

Definição 2.2: Valor numérico

O valor numérico de uma expressão algébrica é o resultado obtido quando substituímos as letras por números e realizamos os cálculos.

Exemplo

Calcule o valor numérico de:

$$4x - 3$$

para $x = 5$.

Substituindo:

$$4x - 3 = 4 \cdot 5 - 3.$$

$$4 \cdot 5 - 3 = 20 - 3 = 17.$$

Logo, o valor numérico é:

$$\boxed{17.}$$

3 O que são expressões equivalentes?

Definição 3.1: Expressões algébricas equivalentes

Duas expressões algébricas são equivalentes quando possuem o mesmo valor numérico para todo valor permitido da variável.

Notação

Quando duas expressões são equivalentes, podemos escrever:

$$A(x) \equiv B(x).$$

Lemos:

“ $A(x)$ é equivalente a $B(x)$ ”.

Em materiais do Ensino Fundamental, também é comum escrever simplesmente:

$$A(x) = B(x)$$

quando queremos indicar que as expressões representam a mesma quantidade.

Exemplo

As expressões:

$$x + x$$

e

$$2x$$

são equivalentes, pois somar x com x é o mesmo que tomar duas vezes x .

Assim:

$$x + x \equiv 2x.$$

Exemplo

As expressões:

$$3(x + 2)$$

e

$$3x + 6$$

são equivalentes.

Pela propriedade distributiva:

$$3(x + 2) = 3 \cdot x + 3 \cdot 2 = 3x + 6.$$

Logo:

$$3(x + 2) \equiv 3x + 6.$$

Atenção

Duas expressões serem parecidas não significa que são equivalentes.

Por exemplo:

$$2x + 3$$

e

$$2(x + 3)$$

não são equivalentes.

De fato:

$$2(x + 3) = 2x + 6.$$

Portanto:

$$2x + 3 \neq 2(x + 3)$$

para a maioria dos valores de x .

4 Testando expressões por substituição

Uma forma inicial de investigar se duas expressões podem ser equivalentes é substituir a variável por alguns valores.

Método

Para testar expressões por substituição:

- 1) escolha alguns valores para a variável;
- 2) calcule o valor numérico de cada expressão;
- 3) compare os resultados;
- 4) se algum resultado for diferente, as expressões não são equivalentes;
- 5) se os resultados forem iguais em vários testes, as expressões podem ser equivalentes, mas ainda é preciso justificar com propriedades.

Exemplo

Verifique se as expressões abaixo parecem equivalentes:

$$2x + 4 \quad \text{e} \quad 2(x + 2).$$

Para $x = 1$:

$$2x + 4 = 2 \cdot 1 + 4 = 6.$$

$$2(x + 2) = 2(1 + 2) = 2 \cdot 3 = 6.$$

Para $x = 5$:

$$2x + 4 = 2 \cdot 5 + 4 = 14.$$

$$2(x + 2) = 2(5 + 2) = 2 \cdot 7 = 14.$$

Agora justificamos com a distributiva:

$$2(x + 2) = 2x + 4.$$

Logo, as expressões são equivalentes.

Exemplo

Verifique se as expressões abaixo são equivalentes:

$$x + 5 \quad \text{e} \quad 5x.$$

Para $x = 1$:

$$x + 5 = 1 + 5 = 6.$$

$$5x = 5 \cdot 1 = 5.$$

Como os resultados são diferentes, as expressões não são equivalentes.

Logo:

$$x + 5 \neq 5x.$$

Atenção

Encontrar um único valor em que duas expressões dão resultados diferentes é suficiente para provar que elas não são equivalentes.

Porém, encontrar alguns valores em que elas dão resultados iguais não prova que são equivalentes para todos os valores.

Exemplo

Considere:

$$x + 2 \quad \text{e} \quad 2x + 1.$$

Para $x = 1$:

$$x + 2 = 1 + 2 = 3.$$

$$2x + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3.$$

Elas deram o mesmo resultado para $x = 1$.

Mas para $x = 2$:

$$x + 2 = 2 + 2 = 4.$$

$$2x + 1 = 2 \cdot 2 + 1 = 5.$$

Os resultados são diferentes. Portanto, as expressões não são equivalentes.

5 Propriedades que geram expressões equivalentes

As expressões equivalentes são construídas a partir de propriedades das operações.

5.1 Propriedade comutativa da adição

Teorema 5.1: Propriedade comutativa da adição

Para quaisquer números a e b , temos:

$$a + b = b + a.$$

Exemplo

$$x + 7 \equiv 7 + x.$$

As duas expressões são equivalentes, pois a ordem das parcelas não altera a soma.

5.2 Propriedade comutativa da multiplicação

Teorema 5.2: Propriedade comutativa da multiplicação

Para quaisquer números a e b , temos:

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

Exemplo

$$3x \equiv x \cdot 3.$$

Também:

$$ab \equiv ba.$$

5.3 Propriedade associativa da adição

Teorema 5.3: Propriedade associativa da adição

Para quaisquer números a , b e c , temos:

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Exemplo

$$(x + 2) + 5 \equiv x + (2 + 5).$$

Logo:

$$(x + 2) + 5 \equiv x + 7.$$

5.4 Propriedade associativa da multiplicação

Teorema 5.4: Propriedade associativa da multiplicação

Para quaisquer números a , b e c , temos:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

Exemplo

$$(2 \cdot x) \cdot 3 \equiv 2 \cdot (x \cdot 3).$$

Podemos escrever:

$$(2x) \cdot 3 = 6x.$$

5.5 Propriedade distributiva

Teorema 5.5: Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição

Para quaisquer números a , b e c , temos:

$$a(b + c) = ab + ac.$$

Exemplo

$$4(x + 3) = 4x + 12.$$

Logo:

$$4(x + 3) \equiv 4x + 12.$$

Teorema 5.6: Propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração

Para quaisquer números a , b e c , temos:

$$a(b - c) = ab - ac.$$

Exemplo

$$5(y - 2) = 5y - 10.$$

Logo:

$$5(y - 2) \equiv 5y - 10.$$

Observação

A propriedade distributiva é uma das ferramentas mais importantes para criar expressões equivalentes.

6 Termos semelhantes

Definição 6.1: Termos semelhantes

Termos semelhantes são termos algébricos que possuem a mesma parte literal. Isto é, eles têm as mesmas letras com os mesmos expoentes.

Exemplo

Os termos:

$$3x \text{ e } 7x$$

são semelhantes, pois ambos possuem a parte literal x .

Exemplo

Os termos:

$$5a \text{ e } -2a$$

são semelhantes.

Os termos:

$$4xy \text{ e } 9xy$$

também são semelhantes.

Atenção

Os termos:

$$3x \text{ e } 3y$$

não são semelhantes, pois possuem partes literais diferentes.

Os termos:

$$x \text{ e } x^2$$

também não são semelhantes, pois os expoentes são diferentes.

Termos	São semelhantes?	Motivo
$2x$ e $5x$	Sim	mesma parte literal x
$3a$ e $-7a$	Sim	mesma parte literal a
$4xy$ e $9xy$	Sim	mesma parte literal xy
$6x$ e $6y$	Não	letras diferentes
x e x^2	Não	expoentes diferentes
5 e -3	Sim	ambos são constantes

7 Redução de termos semelhantes

Definição 7.1: Reduzir termos semelhantes

Reduzir termos semelhantes significa somar ou subtrair seus coeficientes, mantendo a mesma parte literal.

Teorema 7.1: Redução de termos semelhantes

Se dois termos possuem a mesma parte literal, podemos somar seus coeficientes. Por exemplo:

$$ax + bx = (a + b)x.$$

Demonstração.

Pela propriedade distributiva:

$$ax + bx = x(a + b).$$

Pela propriedade comutativa da multiplicação:

$$x(a + b) = (a + b)x.$$

Logo:

$$ax + bx = (a + b)x.$$

□

Exemplo

Reduza:

$$3x + 5x.$$

Somamos os coeficientes:

$$3 + 5 = 8.$$

Mantemos a parte literal x :

$$3x + 5x = 8x.$$

Logo:

$$\boxed{3x + 5x \equiv 8x.}$$

Exemplo

Reduza:

$$7a - 2a.$$

Subtraímos os coeficientes:

$$7 - 2 = 5.$$

Mantemos a parte literal a :

$$7a - 2a = 5a.$$

Logo:

$$\boxed{7a - 2a \equiv 5a.}$$

Exemplo

Reduza:

$$4x + 3 + 2x + 5.$$

Agrupamos os termos semelhantes:

$$4x + 2x + 3 + 5.$$

Agora reduzimos:

$$4x + 2x = 6x.$$

$$3 + 5 = 8.$$

Logo:

$$4x + 3 + 2x + 5 \equiv 6x + 8.$$

Atenção

Não podemos somar termos que não são semelhantes.

A expressão:

$$2x + 3$$

não pode ser reduzida para $5x$, pois $2x$ e 3 não são termos semelhantes.

8 Simplificação de expressões algébricas

Definição 8.1: Simplificar uma expressão algébrica

Simplificar uma expressão algébrica significa escrevê-la de uma forma equivalente, geralmente mais curta ou mais organizada.

Método

Para simplificar uma expressão algébrica:

- 1) retire parênteses, se houver, usando a propriedade distributiva;
- 2) identifique os termos semelhantes;
- 3) some ou subtraia os coeficientes dos termos semelhantes;
- 4) organize a expressão final.

Exemplo

Simplifique:

$$2x + 5 + 3x - 1.$$

Agrupando termos semelhantes:

$$2x + 3x + 5 - 1.$$

Reduzindo:

$$2x + 3x = 5x.$$

$$5 - 1 = 4.$$

Logo:

$$2x + 5 + 3x - 1 \equiv 5x + 4.$$

Exemplo

Simplifique:

$$4a - 3 + 2a + 9 - a.$$

Agrupamos os termos com a :

$$4a + 2a - a.$$

Como:

$$4a + 2a - a = 5a,$$

e:

$$-3 + 9 = 6,$$

temos:

$$4a - 3 + 2a + 9 - a \equiv 5a + 6.$$

Exemplo

Simplifique:

$$3(x + 4) + 2x.$$

Aplicando a distributiva:

$$3(x + 4) = 3x + 12.$$

Então:

$$3(x + 4) + 2x = 3x + 12 + 2x.$$

Reduzindo:

$$3x + 2x = 5x.$$

Logo:

$$3(x + 4) + 2x \equiv 5x + 12.$$

9 Expandir expressões

Definição 9.1: Expandir uma expressão

Expandir uma expressão significa retirar parênteses usando propriedades algébricas, especialmente a propriedade distributiva.

Exemplo

Expandir:

$$5(x + 2).$$

Pela distributiva:

$$5(x + 2) = 5 \cdot x + 5 \cdot 2.$$

$$5(x + 2) = 5x + 10.$$

Logo:

$$\boxed{5(x + 2) \equiv 5x + 10.}$$

Exemplo

Expanda:

$$3(2x - 4).$$

Pela distributiva:

$$3(2x - 4) = 3 \cdot 2x - 3 \cdot 4.$$

$$3(2x - 4) = 6x - 12.$$

Logo:

$$\boxed{3(2x - 4) \equiv 6x - 12.}$$

Exemplo

Expanda:

$$-2(x + 5).$$

Pela distributiva:

$$-2(x + 5) = (-2) \cdot x + (-2) \cdot 5.$$

$$-2(x + 5) = -2x - 10.$$

Logo:

$$\boxed{-2(x + 5) \equiv -2x - 10.}$$

Atenção

Quando o número fora dos parênteses é negativo, ele multiplica todos os termos de dentro dos parênteses.

Por exemplo:

$$-3(x - 4) = -3x + 12.$$

O termo -4 multiplicado por -3 resulta em $+12$.

10 Fator comum

Definição 10.1: Colocar em evidência ou fatorar

Colocar um fator em evidência significa reescrever uma soma ou diferença como uma multiplicação, usando um fator comum aos termos.

Observação

Fatorar é o processo inverso de expandir.

Expandir:

$$3(x + 2) = 3x + 6.$$

Fatorar:

$$3x + 6 = 3(x + 2).$$

Teorema 10.1: Fator comum

Se dois termos possuem um fator comum, podemos colocá-lo em evidência.

$$ab + ac = a(b + c).$$

Exemplo

Coloque o fator comum em evidência:

$$4x + 8.$$

Os termos $4x$ e 8 possuem fator comum 4 .

Então:

$$4x + 8 = 4(x + 2).$$

Logo:

$$4x + 8 \equiv 4(x + 2).$$

Exemplo

Fatore:

$$6a - 12.$$

Os termos $6a$ e -12 possuem fator comum 6 .

Então:

$$6a - 12 = 6(a - 2).$$

Logo:

$$6a - 12 \equiv 6(a - 2).$$

Exemplo

Fatore:

$$5x + 10y.$$

Os termos possuem fator comum 5.

Então:

$$5x + 10y = 5(x + 2y).$$

Logo:

$$5x + 10y \equiv 5(x + 2y).$$

Atenção

Para verificar uma fatoração, expanda novamente.

Por exemplo:

$$6(a - 2) = 6a - 12.$$

Se a expansão voltar à expressão inicial, a fatoração está correta.

11 Expressões equivalentes em sequências

Expressões equivalentes podem aparecer em leis de formação de sequências.

Exemplo

Considere a sequência:

$$5, \quad 8, \quad 11, \quad 14, \quad 17, \quad \dots$$

Uma lei de formação é:

$$a_n = 3n + 2.$$

Outra forma equivalente é:

$$a_n = 3(n - 1) + 5.$$

Vamos verificar:

$$3(n - 1) + 5 = 3n - 3 + 5 = 3n + 2.$$

Logo:

$$3(n - 1) + 5 \equiv 3n + 2.$$

As duas expressões representam a mesma sequência.

Observação

A expressão:

$$3(n - 1) + 5$$

mostra que a sequência começa em 5 e aumenta de 3 em 3.

A expressão:

$$3n + 2$$

é uma forma mais simplificada da mesma regra.

Posição n	$3(n - 1) + 5$	$3n + 2$
1	$3(1 - 1) + 5 = 5$	$3 \cdot 1 + 2 = 5$
2	$3(2 - 1) + 5 = 8$	$3 \cdot 2 + 2 = 8$
3	$3(3 - 1) + 5 = 11$	$3 \cdot 3 + 2 = 11$
4	$3(4 - 1) + 5 = 14$	$3 \cdot 4 + 2 = 14$

12 Expressões equivalentes em figuras

Exemplo

Observe uma sequência de figuras formadas por quadrados alinhados.



A quantidade de palitos pode ser contada de duas formas.

Forma 1:

O primeiro quadrado usa 4 palitos, e cada novo quadrado acrescenta 3 palitos.

Para n quadrados:

$$P = 4 + 3(n - 1).$$

Forma 2:

Simplificando:

$$P = 4 + 3(n - 1).$$

$$P = 4 + 3n - 3.$$

$$P = 3n + 1.$$

Logo:

$$4 + 3(n - 1) \equiv 3n + 1.$$

As duas expressões são equivalentes.

Observação

A primeira expressão mostra melhor o raciocínio da construção.

A segunda expressão é mais curta e mais simples para calcular.

13 Equivalência e identidade

Definição 13.1: Identidade algébrica

Uma identidade algébrica é uma igualdade verdadeira para todos os valores permitidos das variáveis.

Exemplo

A igualdade:

$$2(x + 3) = 2x + 6$$

é uma identidade, pois é verdadeira para todo valor de x .

Exemplo

A igualdade:

$$x + 5 = 10$$

não é uma identidade, pois não é verdadeira para todo valor de x .
Ela é verdadeira apenas quando:

$$x = 5.$$

Nesse caso, temos uma equação, não uma identidade.

Atenção

Não confunda identidade com equação.

$$2(x + 1) = 2x + 2$$

é identidade.

$$2x + 1 = 9$$

é equação.

14 Como provar que duas expressões são equivalentes

Método

Para provar que duas expressões são equivalentes:

- 1) escolha uma das expressões;
- 2) aplique propriedades algébricas;
- 3) simplifique;
- 4) mostre que ela se transforma na outra expressão.

Exemplo

Prove que:

$$5(x - 2) + 3x$$

é equivalente a:

$$8x - 10.$$

Começamos com:

$$5(x - 2) + 3x.$$

Aplicando a distributiva:

$$5x - 10 + 3x.$$

Reduzindo termos semelhantes:

$$5x + 3x - 10 = 8x - 10.$$

Logo:

$$\boxed{5(x - 2) + 3x \equiv 8x - 10.}$$

Exemplo

Prove que:

$$2(3a + 4) - a$$

é equivalente a:

$$5a + 8.$$

Começamos com:

$$2(3a + 4) - a.$$

Aplicando a distributiva:

$$6a + 8 - a.$$

Reduzindo termos semelhantes:

$$5a + 8.$$

Logo:

$$\boxed{2(3a + 4) - a \equiv 5a + 8.}$$

Exemplo

Verifique se:

$$3(x + 2)$$

é equivalente a:

$$3x + 2.$$

Expandindo:

$$3(x + 2) = 3x + 6.$$

Como:

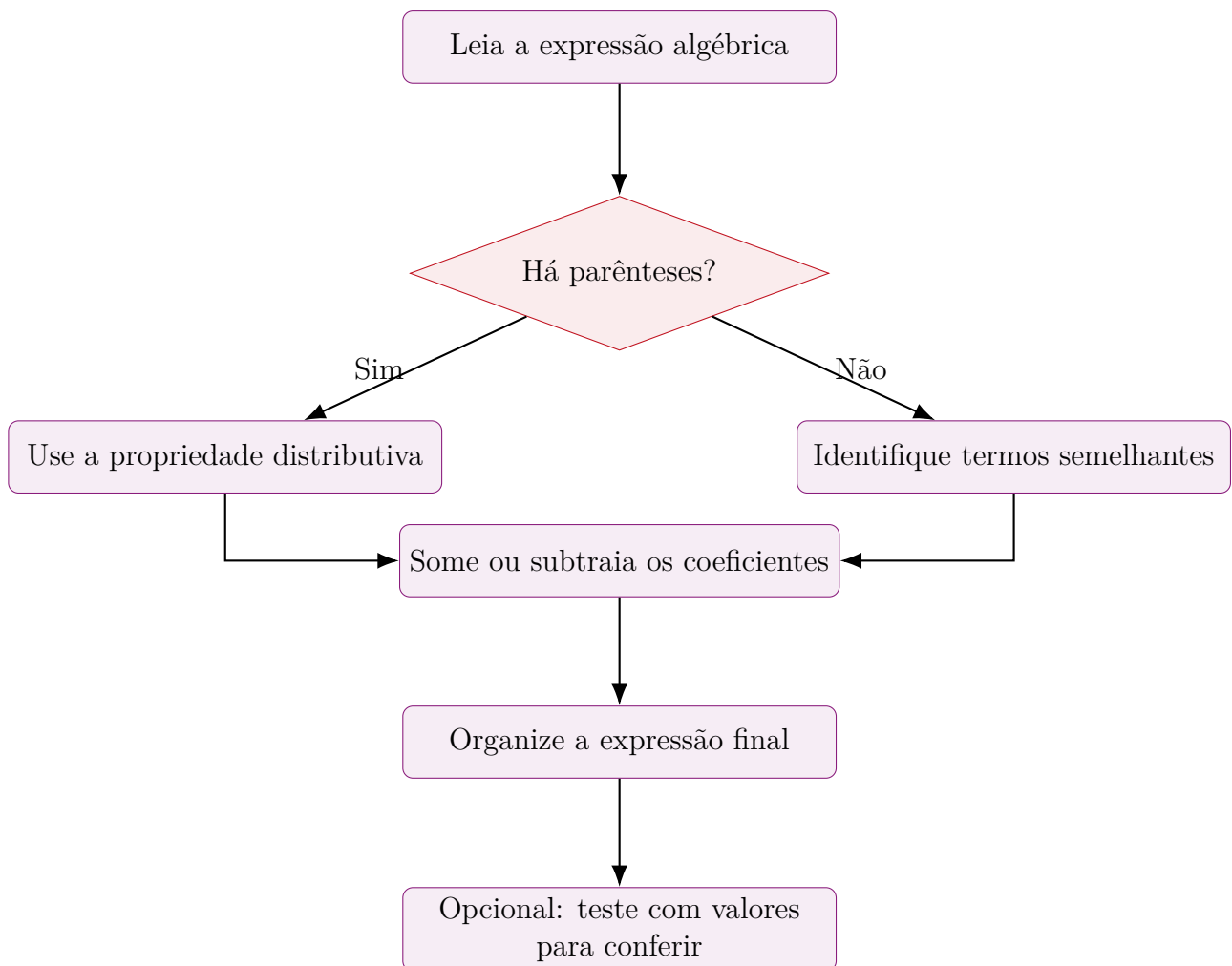
$$3x + 6 \neq 3x + 2,$$

as expressões não são equivalentes.

Logo:

$$3(x + 2) \neq 3x + 2.$$

15 Fluxograma de simplificação



16 Erros comuns

Atenção

Erro 1: Somar termos que não são semelhantes.

Errado:

$$2x + 3 = 5x.$$

Correto:

$$2x + 3$$

já está simplificado, pois $2x$ e 3 não são termos semelhantes.

Atenção

Erro 2: Não distribuir para todos os termos.

Errado:

$$3(x + 4) = 3x + 4.$$

Correto:

$$3(x + 4) = 3x + 12.$$

O número 3 multiplica o x e também o 4.

Atenção

Erro 3: Erro de sinal ao distribuir número negativo.

Errado:

$$-2(x - 5) = -2x - 10.$$

Correto:

$$-2(x - 5) = -2x + 10.$$

Atenção

Erro 4: Achar que testar um valor prova equivalência.

Se duas expressões dão o mesmo resultado para $x = 1$, isso não significa que são equivalentes.

Para provar equivalência, é preciso usar propriedades algébricas.

Atenção

Erro 5: Confundir fatoração com divisão parcial.

Errado:

$$6x + 12 = 6(x + 12).$$

Correto:

$$6x + 12 = 6(x + 2).$$

Pois:

$$6(x + 2) = 6x + 12.$$

17 Exercícios de fixação

Exercício 1

Diga se os pares de expressões são equivalentes.

- a) $x + x$ e $2x$
- b) $3(x + 2)$ e $3x + 2$
- c) $4a + 8$ e $4(a + 2)$
- d) $5y - y$ e $4y$
- e) $2(x + 3)$ e $2x + 6$

Exercício 2

Identifique os termos semelhantes.

$$3x, \quad 5y, \quad -2x, \quad 7, \quad 4y, \quad -1, \quad x.$$

Exercício 3

Reduza os termos semelhantes.

- a) $4x + 6x$
- b) $9a - 3a$
- c) $5y + 2y - y$
- d) $8 + 3x + 2 + 4x$
- e) $7m - 2 + 3m + 9$

Exercício 4

Expanda as expressões.

- a) $3(x + 5)$
- b) $4(a - 2)$
- c) $2(3y + 1)$
- d) $-5(x + 2)$
- e) $-3(n - 4)$

Exercício 5

Simplifique.

- a) $2x + 3x + 7$

- b) $5a + 2 - 3a + 8$
- c) $4(y + 3) + 2y$
- d) $3(x - 2) + 5x$
- e) $2(3m + 1) - m + 4$

Exercício 6

Coloque o fator comum em evidência.

- a) $3x + 6$
- b) $5a + 10$
- c) $4y - 12$
- d) $7m + 14n$
- e) $6x - 18$

Exercício 7

Prove que as expressões são equivalentes.

- a) $2(x + 4) + x$ e $3x + 8$
- b) $5(a - 1) + 2a$ e $7a - 5$
- c) $3(2y + 1) - y$ e $5y + 3$

Exercício 8

Verifique se as expressões são equivalentes. Justifique.

- a) $4(x + 1)$ e $4x + 1$
- b) $6x + 9$ e $3(2x + 3)$
- c) $2(a + 5) - a$ e $a + 10$

Exercício 9

A sequência abaixo representa a quantidade de palitos em figuras com quadrados alinhados:

4, 7, 10, 13, 16, ...

Mostre que as expressões:

$$4 + 3(n - 1)$$

e

$$3n + 1$$

são equivalentes.

Exercício 10

Explique, com suas palavras, o que significa dizer que duas expressões algébricas são equivalentes.

18 Correção comentada

Correção comentada

Exercício 1.

a) $x + x$ e $2x$ são equivalentes, pois:

$$x + x = 2x.$$

b) $3(x + 2)$ e $3x + 2$ não são equivalentes, pois:

$$3(x + 2) = 3x + 6.$$

c) $4a + 8$ e $4(a + 2)$ são equivalentes, pois:

$$4(a + 2) = 4a + 8.$$

d) $5y - y$ e $4y$ são equivalentes, pois:

$$5y - y = 4y.$$

e) $2(x + 3)$ e $2x + 6$ são equivalentes, pois:

$$2(x + 3) = 2x + 6.$$

Correção comentada

Exercício 2.

A lista é:

$$3x, \quad 5y, \quad -2x, \quad 7, \quad 4y, \quad -1, \quad x.$$

Termos semelhantes com parte literal x :

$$3x, \quad -2x, \quad x.$$

Termos semelhantes com parte literal y :

$$5y, \quad 4y.$$

Termos constantes:

$$7, \quad -1.$$

Correção comentada

Exercício 3.

a)

$$4x + 6x = 10x.$$

b)

$$9a - 3a = 6a.$$

c)

$$5y + 2y - y = 6y.$$

d)

$$8 + 3x + 2 + 4x = 7x + 10.$$

e)

$$7m - 2 + 3m + 9 = 10m + 7.$$

Correção comentada

Exercício 4.

a)

$$3(x + 5) = 3x + 15.$$

b)

$$4(a - 2) = 4a - 8.$$

c)

$$2(3y + 1) = 6y + 2.$$

d)

$$-5(x + 2) = -5x - 10.$$

e)

$$-3(n - 4) = -3n + 12.$$

Correção comentada

Exercício 5.

a)

$$2x + 3x + 7 = 5x + 7.$$

b)

$$5a + 2 - 3a + 8 = 2a + 10.$$

c)

$$4(y + 3) + 2y = 4y + 12 + 2y = 6y + 12.$$

d)

$$3(x - 2) + 5x = 3x - 6 + 5x = 8x - 6.$$

e)

$$2(3m + 1) - m + 4 = 6m + 2 - m + 4 = 5m + 6.$$

Correção comentada

Exercício 6.

a)

$$3x + 6 = 3(x + 2).$$

b)

$$5a + 10 = 5(a + 2).$$

c)

$$4y - 12 = 4(y - 3).$$

d)

$$7m + 14n = 7(m + 2n).$$

e)

$$6x - 18 = 6(x - 3).$$

Correção comentada

Exercício 7.

a) Começamos com:

$$2(x + 4) + x.$$

Aplicando a distributiva:

$$2x + 8 + x.$$

Reduzindo:

$$3x + 8.$$

Logo:

$$2(x + 4) + x \equiv 3x + 8.$$

b) Começamos com:

$$5(a - 1) + 2a.$$

Aplicando a distributiva:

$$5a - 5 + 2a.$$

Reduzindo:

$$7a - 5.$$

Logo:

$$5(a - 1) + 2a \equiv 7a - 5.$$

c) Começamos com:

$$3(2y + 1) - y.$$

Aplicando a distributiva:

$$6y + 3 - y.$$

Reduzindo:

$$5y + 3.$$

Logo:

$$3(2y + 1) - y \equiv 5y + 3.$$

Correção comentada

Exercício 8.

a)

$$4(x + 1) = 4x + 4.$$

Como:

$$4x + 4 \neq 4x + 1,$$

as expressões não são equivalentes.

b)

$$3(2x + 3) = 6x + 9.$$

Logo:

$$6x + 9 \equiv 3(2x + 3).$$

As expressões são equivalentes.

c)

$$2(a + 5) - a = 2a + 10 - a.$$

Reduzindo:

$$2a - a + 10 = a + 10.$$

Logo:

$$2(a + 5) - a \equiv a + 10.$$

As expressões são equivalentes.

Correção comentada

Exercício 9.

Queremos mostrar que:

$$4 + 3(n - 1)$$

e

$$3n + 1$$

são equivalentes.

Começamos com:

$$4 + 3(n - 1).$$

Aplicando a distributiva:

$$4 + 3n - 3.$$

Reduzindo os termos constantes:

$$4 - 3 = 1.$$

Logo:

$$4 + 3n - 3 = 3n + 1.$$

Portanto:

$$4 + 3(n - 1) \equiv 3n + 1.$$

Correção comentada

Exercício 10.

Dizer que duas expressões algébricas são equivalentes significa que elas representam o mesmo valor para qualquer valor permitido da variável.

Por exemplo:

$$2(x + 3)$$

e

$$2x + 6$$

são equivalentes, pois:

$$2(x + 3) = 2x + 6.$$

Assim, para qualquer valor de x , as duas expressões terão o mesmo resultado.

19 Lista extra de treino

Exercício 11

Reduza os termos semelhantes.

a) $6x + 2x$

b) $10a - 4a + a$

- c) $3y + 8 - 2y + 5$
- d) $12m - 7 + 5m - 3$
- e) $9p - p + 4p$

Exercício 12

Expanda.

- a) $7(x + 1)$
- b) $2(a + 9)$
- c) $5(2y - 3)$
- d) $-4(m + 6)$
- e) $-2(3n - 5)$

Exercício 13

Simplifique.

- a) $3x + 2(x + 5)$
- b) $4(a - 3) + 2a$
- c) $5(y + 1) - 2y$
- d) $6m - 2(m + 4)$
- e) $3(2p - 1) + 4(p + 2)$

Exercício 14

Fatore colocando o fator comum em evidência.

- a) $8x + 16$
- b) $9a - 18$
- c) $10y + 15$
- d) $12m + 6n$
- e) $14p - 21$

Exercício 15

Verifique se são equivalentes.

- a) $2(x + 7)$ e $2x + 14$
- b) $5(a - 2)$ e $5a - 2$

c) $3y + 6$ e $3(y + 2)$

d) $4m - m + 1$ e $3m + 1$

Exercício 16

Duas expressões deram o mesmo resultado para $x = 2$. Isso prova que elas são equivalentes? Explique.

Exercício 17

Crie uma expressão equivalente a:

$$6x + 12.$$

Exercício 18

Crie duas expressões diferentes e equivalentes para representar o perímetro de um retângulo de comprimento $x + 3$ e largura x .

Exercício 19

Mostre que:

$$2(3n + 1) + 4$$

é equivalente a:

$$6n + 6.$$

Exercício 20

Explique a diferença entre expandir e fatorar.

20 Síntese final

Resumo essencial

1. Expressões equivalentes

Duas expressões são equivalentes quando têm o mesmo valor para todo valor permitido da variável.

$$2(x + 3) \equiv 2x + 6.$$

2. Teste por substituição

Se encontrarmos um valor em que os resultados são diferentes, as expressões não são equivalentes.

3. Cuidado

Testar alguns valores iguais não prova equivalência para todos os casos.

4. Termos semelhantes

São termos com a mesma parte literal.

$$3x \text{ e } 5x.$$

5. Redução de termos semelhantes

$$3x + 5x = 8x.$$

6. Propriedade distributiva

$$a(b + c) = ab + ac.$$

$$a(b - c) = ab - ac.$$

7. Expandir

Retirar parênteses.

$$4(x + 2) = 4x + 8.$$

8. Fatorar

Colocar fator comum em evidência.

$$4x + 8 = 4(x + 2).$$

9. Identidade

Igualdade verdadeira para todos os valores da variável.

$$3(x + 1) = 3x + 3.$$

10. Ideia fundamental

Expressões diferentes podem representar exatamente a mesma relação matemática.

Fim do módulo

Expressões Algébricas Equivalentes