

Múltiplos, Divisores e Divisibilidade

Matemática – 6º Ano do Ensino Fundamental

Relações entre números naturais, critérios de divisibilidade, números primos e compostos

Sumário

1	Introdução	1
2	Revisão: divisão euclidiana	1
3	Múltiplos	3
4	Propriedades dos múltiplos	4
5	Divisores	5
6	Relação entre múltiplo, divisor e fator	6
7	Divisibilidade	7
8	Como encontrar divisores de um número	8
9	CrITÉrios de divisibilidade	9
10	Divisibilidade por 2	9
11	Divisibilidade por 5	10
12	Divisibilidade por 10, 100 e 1000	10
13	Divisibilidade por 3	11
14	Divisibilidade por 9	12
15	Divisibilidade por 4	13
16	Divisibilidade por 8	13
17	Divisibilidade por 6	14

18 Tabela dos critérios de divisibilidade	15
19 Números primos e números compostos	16
20 Como reconhecer números primos	16
21 Decomposição em fatores primos	17
22 Múltiplos comuns	18
23 Divisores comuns	19
24 Erros frequentes	20
25 Atividades	21
26 Gabarito comentado	24
27 Resumo final	28

1 Introdução

Nesta aula, estudaremos três ideias fundamentais da aritmética:

múltiplos, divisores, divisibilidade.

Esses conceitos estão diretamente relacionados à multiplicação e à divisão.

Por exemplo, como:

$$4 \cdot 6 = 24,$$

podemos dizer que:

- 24 é múltiplo de 4;
- 24 é múltiplo de 6;
- 4 é divisor de 24;
- 6 é divisor de 24;
- 4 e 6 são fatores de 24.

Objetivos da aula

Ao final desta aula, o estudante deverá ser capaz de:

- compreender o conceito de múltiplo;
- compreender o conceito de divisor;
- reconhecer a relação entre múltiplo, divisor e fator;
- listar múltiplos de um número natural;
- determinar divisores de um número natural;
- usar a notação matemática de divisibilidade;
- aplicar critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000;
- diferenciar números primos e números compostos;
- decompor números naturais em fatores primos;
- resolver problemas envolvendo múltiplos, divisores e divisibilidade.

2 Revisão: divisão euclidiana

Antes de estudar divisibilidade, precisamos relembrar a divisão euclidiana.

Teorema 2.1: Divisão euclidiana

Dados dois números naturais a e b , com $b \neq 0$, existem números naturais q e r tais que:

$$a = b \cdot q + r,$$

com:

$$0 \leq r < b.$$

Nesse caso:

- a é o dividendo;
- b é o divisor;
- q é o quociente;
- r é o resto.

Exemplo – Divisão euclidiana

Dividindo 29 por 5, temos:

$$29 = 5 \cdot 5 + 4.$$

Logo:

- dividendo: 29;
- divisor: 5;
- quociente: 5;
- resto: 4.

Como:

$$0 \leq 4 < 5,$$

a divisão está escrita corretamente.

Observação – Resto zero

Quando o resto de uma divisão é zero, dizemos que a divisão é exata.
Por exemplo:

$$30 = 5 \cdot 6 + 0.$$

Assim, $30 \div 5 = 6$, com resto zero.

3 Múltiplos

Definição 3.1: Múltiplo

Sejam a e b números naturais, com $a \neq 0$.

Dizemos que b é **múltiplo** de a quando existe um número natural k tal que:

$$b = a \cdot k.$$

Em outras palavras, os múltiplos de um número são os resultados obtidos ao multiplicá-lo por números naturais.

Exemplo – Múltiplos de 4

Os múltiplos de 4 são obtidos multiplicando 4 por números naturais:

$$4 \cdot 0 = 0,$$

$$4 \cdot 1 = 4,$$

$$4 \cdot 2 = 8,$$

$$4 \cdot 3 = 12,$$

$$4 \cdot 4 = 16.$$

Assim, alguns múltiplos de 4 são:

$$0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, \dots$$

Notação – Conjunto dos múltiplos

Podemos representar o conjunto dos múltiplos de 4 por:

$$M(4) = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, \dots\}.$$

De modo geral:

$$M(a) = \{a \cdot k \mid k \in \mathbb{N}\}.$$

Exemplo – Múltiplos de 7

Os primeiros múltiplos de 7 são:

$$7 \cdot 0 = 0,$$

$$7 \cdot 1 = 7,$$

$$7 \cdot 2 = 14,$$

$$7 \cdot 3 = 21,$$

$$7 \cdot 4 = 28,$$

$$7 \cdot 5 = 35.$$

Logo:

$$M(7) = \{0, 7, 14, 21, 28, 35, \dots\}.$$

4 Propriedades dos múltiplos

Teorema 4.1: Zero é múltiplo de todo número natural não nulo

Para todo número natural a , com $a \neq 0$, o número 0 é múltiplo de a .

De fato:

$$0 = a \cdot 0.$$

Exemplo – Zero como múltiplo

O número 0 é múltiplo de 5, pois:

$$0 = 5 \cdot 0.$$

O número 0 também é múltiplo de 12, pois:

$$0 = 12 \cdot 0.$$

Teorema 4.2: Todo número não nulo é múltiplo de si mesmo

Para todo número natural a , com $a \neq 0$, o número a é múltiplo de si mesmo.

De fato:

$$a = a \cdot 1.$$

Exemplo – Um número é múltiplo de si mesmo

O número 9 é múltiplo de 9, pois:

$$9 = 9 \cdot 1.$$

Teorema 4.3: Os múltiplos de um número não nulo são infinitos

Todo número natural não nulo possui infinitos múltiplos.

Observação – Por que são infinitos?

Se $a \neq 0$, então podemos formar:

$$a \cdot 0, \quad a \cdot 1, \quad a \cdot 2, \quad a \cdot 3, \quad a \cdot 4, \quad \dots$$

Como existem infinitos números naturais, existem infinitos múltiplos de a .

Teorema 4.4: Múltiplos de 1

Todo número natural é múltiplo de 1.

De fato, para qualquer $n \in \mathbb{N}$:

$$n = 1 \cdot n.$$

Exemplo – Múltiplos de 1

$$M(1) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}.$$

Portanto, todo número natural é múltiplo de 1.

5 Divisores

Definição 5.1: Divisor

Sejam a e b números naturais, com $a \neq 0$.

Dizemos que a é **divisor** de b quando a divisão de b por a é exata, isto é, quando existe $k \in \mathbb{N}$ tal que:

$$b = a \cdot k.$$

Exemplo – Divisores de 12

Para encontrar os divisores de 12, procuramos os números naturais não nulos que dividem 12 sem deixar resto.

$$12 \div 1 = 12,$$

$$12 \div 2 = 6,$$

$$12 \div 3 = 4,$$

$$12 \div 4 = 3,$$

$$12 \div 6 = 2,$$

$$12 \div 12 = 1.$$

Logo, os divisores de 12 são:

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}.$$

Notação – Conjunto dos divisores

Representamos o conjunto dos divisores positivos de n por:

$$D(n).$$

Por exemplo:

$$D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}.$$

6 Relação entre múltiplo, divisor e fator

Teorema 6.1: Relação fundamental

Se a , b e k são números naturais, com $a \neq 0$, e:

$$b = a \cdot k,$$

então:

- b é múltiplo de a ;
- a é divisor de b ;
- a é fator de b ;
- k também é fator de b .

Exemplo – Interpretando uma multiplicação

Como:

$$6 \cdot 8 = 48,$$

podemos afirmar que:

- 48 é múltiplo de 6;
- 48 é múltiplo de 8;
- 6 é divisor de 48;
- 8 é divisor de 48;
- 6 e 8 são fatores de 48.

Atenção – A relação muda de sentido

Se 24 é múltiplo de 6, então 6 é divisor de 24.

Mas não devemos dizer que 6 é múltiplo de 24, pois:

$$6 \neq 24 \cdot k$$

para nenhum $k \in \mathbb{N}$.

7 Divisibilidade

Definição 7.1: Divisibilidade

Dizemos que um número natural b é **divisível** por um número natural não nulo a quando a divisão de b por a é exata.

Isto é, b é divisível por a quando o resto da divisão de b por a é zero.

Notação – Divide e não divide

A notação:

$$a \mid b$$

significa que a divide b , ou seja, b é divisível por a .

A notação:

$$a \nmid b$$

significa que a não divide b .

Exemplo – Notação de divisibilidade

Como:

$$30 \div 5 = 6$$

com resto 0, temos:

$$5 \mid 30.$$

Lemos:

“5 divide 30”.

Por outro lado, 7 não divide 30, pois:

$$30 = 7 \cdot 4 + 2.$$

Logo:

$$7 \nmid 30.$$

Teorema 7.1: Critério geral de divisibilidade

Um número natural b é divisível por um número natural não nulo a se, e somente se, existe $k \in \mathbb{N}$ tal que:

$$b = a \cdot k.$$

8 Como encontrar divisores de um número

Para encontrar todos os divisores de um número natural, podemos testar divisões exatas ou procurar pares de fatores.

Exemplo – Divisores de 36

Vamos encontrar os divisores de 36.

Procuramos pares de números naturais cujo produto é 36:

$$1 \cdot 36 = 36,$$

$$2 \cdot 18 = 36,$$

$$3 \cdot 12 = 36,$$

$$4 \cdot 9 = 36,$$

$$6 \cdot 6 = 36.$$

Logo:

$$D(36) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}.$$

Observação – Pares de divisores

Quando encontramos uma multiplicação:

$$a \cdot b = n,$$

então tanto a quanto b são divisores de n .

Por isso, procurar pares de fatores é uma forma eficiente de encontrar divisores.

Atenção – Não esquecer o próprio número

Todo número natural não nulo é divisor de si mesmo.

Por exemplo:

$$18 \div 18 = 1.$$

Logo:

$$18 \in D(18).$$

9 Critérios de divisibilidade

Critérios de divisibilidade são regras práticas que permitem verificar se um número é divisível por outro sem realizar a divisão completa.

Definição 9.1: Critério de divisibilidade

Um **critério de divisibilidade** é uma regra que permite decidir se um número é divisível por outro.

10 Divisibilidade por 2

Teorema 10.1: Critério de divisibilidade por 2

Um número natural é divisível por 2 se, e somente se, seu algarismo das unidades é:

$$0, 2, 4, 6 \text{ ou } 8.$$

Exemplo – Divisibilidade por 2

O número 348 é divisível por 2, pois termina em 8.
Assim:

$$2 \mid 348.$$

O número 735 não é divisível por 2, pois termina em 5.
Assim:

$$2 \nmid 735.$$

Observação – Números pares

Os números divisíveis por 2 são chamados de números pares.
Exemplos:

$$0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots$$

11 Divisibilidade por 5

Teorema 11.1: Critério de divisibilidade por 5

Um número natural é divisível por 5 se, e somente se, seu algarismo das unidades é:

0 ou 5.

Exemplo – Divisibilidade por 5

O número 240 é divisível por 5, pois termina em 0.

$$5 \mid 240.$$

O número 735 também é divisível por 5, pois termina em 5.

$$5 \mid 735.$$

O número 742 não é divisível por 5, pois termina em 2.

$$5 \nmid 742.$$

12 Divisibilidade por 10, 100 e 1000

Teorema 12.1: Critério de divisibilidade por 10

Um número natural é divisível por 10 se, e somente se, termina em 0.

Exemplo – Divisibilidade por 10

$$10 \mid 870,$$

pois 870 termina em 0.

Mas:

$$10 \nmid 874,$$

pois 874 não termina em 0.

Teorema 12.2: Critério de divisibilidade por 100

Um número natural é divisível por 100 se, e somente se, termina em 00.

Exemplo – Divisibilidade por 100

$$100 \mid 4500,$$

pois 4500 termina em 00.

Mas:

$$100 \nmid 4510,$$

pois 4510 não termina em 00.

Teorema 12.3: Critério de divisibilidade por 1000

Um número natural é divisível por 1000 se, e somente se, termina em 000.

Exemplo – Divisibilidade por 1000

$$1000 \mid 72\,000,$$

pois 72 000 termina em 000.

Mas:

$$1000 \nmid 72\,500,$$

pois 72 500 não termina em 000.

13 Divisibilidade por 3

Teorema 13.1: Critério de divisibilidade por 3

Um número natural é divisível por 3 se, e somente se, a soma de seus algarismos é divisível por 3.

Exemplo – Divisibilidade por 3

Verifique se 741 é divisível por 3.

Somamos seus algarismos:

$$7 + 4 + 1 = 12.$$

Como:

$$3 \mid 12,$$

então:

$$3 \mid 741.$$

Logo, 741 é divisível por 3.

Exemplo – Número não divisível por 3

Verifique se 853 é divisível por 3.

Somamos os algarismos:

$$8 + 5 + 3 = 16.$$

Como:

$$3 \nmid 16,$$

então:

$$3 \nmid 853.$$

Logo, 853 não é divisível por 3.

14 Divisibilidade por 9

Teorema 14.1: Critério de divisibilidade por 9

Um número natural é divisível por 9 se, e somente se, a soma de seus algarismos é divisível por 9.

Exemplo – Divisibilidade por 9

Verifique se 738 é divisível por 9.

Somamos os algarismos:

$$7 + 3 + 8 = 18.$$

Como:

$$9 \mid 18,$$

então:

$$9 \mid 738.$$

Exemplo – Número não divisível por 9

Verifique se 742 é divisível por 9.

$$7 + 4 + 2 = 13.$$

Como:

$$9 \nmid 13,$$

então:

$$9 \nmid 742.$$

Atenção – Divisibilidade por 3 não garante divisibilidade por 9

Todo número divisível por 9 também é divisível por 3.

Mas nem todo número divisível por 3 é divisível por 9.

Por exemplo:

$$12$$

é divisível por 3, pois:

$$12 = 3 \cdot 4.$$

Mas 12 não é divisível por 9.

15 Divisibilidade por 4

Teorema 15.1: Critério de divisibilidade por 4

Um número natural é divisível por 4 se, e somente se, o número formado por seus dois últimos algarismos é divisível por 4.

Exemplo – Divisibilidade por 4

Verifique se 3 524 é divisível por 4.

Os dois últimos algarismos formam o número:

$$24.$$

Como:

$$4 \mid 24,$$

então:

$$4 \mid 3\,524.$$

Exemplo – Número não divisível por 4

Verifique se 8 746 é divisível por 4.

Os dois últimos algarismos formam:

$$46.$$

Como:

$$4 \nmid 46,$$

então:

$$4 \nmid 8\,746.$$

16 Divisibilidade por 8

Teorema 16.1: Critério de divisibilidade por 8

Um número natural é divisível por 8 se, e somente se, o número formado por seus três últimos algarismos é divisível por 8.

Exemplo – Divisibilidade por 8

Verifique se 12 376 é divisível por 8.
Os três últimos algarismos formam:

$$376.$$

Como:

$$376 \div 8 = 47,$$

temos:

$$8 \mid 376.$$

Logo:

$$8 \mid 12\,376.$$

Exemplo – Número não divisível por 8

Verifique se 43 514 é divisível por 8.
Os três últimos algarismos formam:

$$514.$$

Como:

$$8 \nmid 514,$$

então:

$$8 \nmid 43\,514.$$

17 Divisibilidade por 6

Teorema 17.1: Critério de divisibilidade por 6

Um número natural é divisível por 6 se, e somente se, é divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo.

Exemplo – Divisibilidade por 6

Verifique se 438 é divisível por 6.
Primeiro, verificamos a divisibilidade por 2:

$$438$$

termina em 8, então é divisível por 2.

Agora, verificamos a divisibilidade por 3:

$$4 + 3 + 8 = 15.$$

Como 15 é divisível por 3, então 438 é divisível por 3.
Portanto, 438 é divisível por 6.

Exemplo – Não basta ser divisível por 2

O número 14 é divisível por 2, pois termina em 4.
Mas:

$$1 + 4 = 5,$$

e 5 não é divisível por 3.
Logo, 14 não é divisível por 6.

Exemplo – Não basta ser divisível por 3

O número 21 é divisível por 3, pois:

$$2 + 1 = 3.$$

Mas 21 não é divisível por 2, pois termina em 1.
Logo, 21 não é divisível por 6.

18 Tabela dos critérios de divisibilidade

Divisor	Critério de divisibilidade
2	O número termina em 0, 2, 4, 6 ou 8.
3	A soma dos algarismos é divisível por 3.
4	O número formado pelos dois últimos algarismos é divisível por 4.
5	O número termina em 0 ou 5.
6	O número é divisível por 2 e por 3.
8	O número formado pelos três últimos algarismos é divisível por 8.
9	A soma dos algarismos é divisível por 9.
10	O número termina em 0.
100	O número termina em 00.
1000	O número termina em 000.

19 Números primos e números compostos

Definição 19.1: Número primo

Um número natural maior que 1 é chamado de **número primo** quando possui exatamente dois divisores naturais positivos: 1 e ele mesmo.

Exemplo – Números primos

O número 7 é primo, pois seus divisores são:

$$D(7) = \{1, 7\}.$$

O número 13 é primo, pois:

$$D(13) = \{1, 13\}.$$

Definição 19.2: Número composto

Um número natural maior que 1 é chamado de **número composto** quando possui mais de dois divisores naturais positivos.

Exemplo – Números compostos

O número 12 é composto, pois:

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}.$$

Como 12 possui mais de dois divisores, ele é composto.

Atenção – O número 1 não é primo nem composto

O número 1 possui apenas um divisor natural positivo:

$$D(1) = \{1\}.$$

Portanto, 1 não é primo nem composto.

20 Como reconhecer números primos

Para verificar se um número é primo, testamos se ele possui divisores além de 1 e dele mesmo.

Exemplo – Verificando se 17 é primo

Vamos analisar o número 17.

Testamos divisores naturais maiores que 1 e menores que 17:

$$17 \div 2 \text{ não é exata,}$$

$$17 \div 3 \text{ não é exata,}$$

$17 \div 4$ não é exata.

Como 17 não possui divisores além de 1 e 17, concluímos que:

17 é primo.

Exemplo – Verificando se 21 é primo

Vamos analisar o número 21.

Como:

$$21 = 3 \cdot 7,$$

então 3 e 7 são divisores de 21.

Logo, 21 possui mais de dois divisores.

Portanto:

21 é composto.

Observação – Primeiros números primos

Os primeiros números primos são:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31.

Atenção – O único primo par

O número 2 é o único número primo par.

Todo número par maior que 2 é divisível por 2, portanto é composto.

21 Decomposição em fatores primos

Definição 21.1: Fatoração prima

A **fatoração prima** de um número natural maior que 1 é sua escrita como produto de números primos.

Exemplo – Fatoração de 12

Podemos escrever:

$$12 = 3 \cdot 4.$$

Mas 4 não é primo. Como:

$$4 = 2 \cdot 2,$$

temos:

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3.$$

Logo, a fatoração prima de 12 é:

$$12 = 2^2 \cdot 3.$$

Exemplo – Fatoração por divisões sucessivas

Vamos fatorar 60.

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Logo:

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Ou seja:

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Exemplo – Fatoração de 84

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Portanto:

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7.$$

Assim:

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7.$$

22 Múltiplos comuns

Definição 22.1: Múltiplo comum

Um **múltiplo comum** de dois ou mais números naturais é um número que é múltiplo de todos eles ao mesmo tempo.

Exemplo – Múltiplos comuns de 4 e 6

Os primeiros múltiplos de 4 são:

$$M(4) = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, \dots\}.$$

Os primeiros múltiplos de 6 são:

$$M(6) = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, \dots\}.$$

Os múltiplos comuns positivos de 4 e 6 são:

$$12, 24, 36, \dots$$

Definição 22.2: Mínimo múltiplo comum

O **mínimo múltiplo comum**, indicado por mmc, é o menor múltiplo comum positivo de dois ou mais números naturais não nulos.

Exemplo – MMC de 4 e 6

Pelo exemplo anterior, os múltiplos comuns positivos de 4 e 6 são:

$$12, 24, 36, \dots$$

O menor deles é 12.

Logo:

$$\text{mmc}(4, 6) = 12.$$

23 Divisores comuns

Definição 23.1: Divisor comum

Um **divisor comum** de dois ou mais números naturais é um número que divide todos eles ao mesmo tempo.

Exemplo – Divisores comuns de 18 e 24

Os divisores de 18 são:

$$D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}.$$

Os divisores de 24 são:

$$D(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}.$$

Os divisores comuns de 18 e 24 são:

$$1, 2, 3, 6.$$

Definição 23.2: Máximo divisor comum

O **máximo divisor comum**, indicado por mdc, é o maior divisor comum de dois ou mais números naturais não nulos.

Exemplo – MDC de 18 e 24

Os divisores comuns de 18 e 24 são:

1, 2, 3, 6.

O maior deles é 6.

Logo:

$$\text{mdc}(18, 24) = 6.$$

24 Erros frequentes

Atenção – Confundir múltiplo com divisor

Como:

$$5 \cdot 6 = 30,$$

temos:

30 é múltiplo de 5.

E:

5 é divisor de 30.

Não devemos inverter essas relações.

Atenção – Dizer que todo número ímpar é primo

Nem todo número ímpar é primo.

Por exemplo:

9

é ímpar, mas não é primo, pois:

$$9 = 3 \cdot 3.$$

Atenção – Esquecer o número 1 como divisor

O número 1 é divisor de todo número natural não nulo.

Por exemplo:

$$1 \mid 27.$$

Atenção – Divisibilidade por 6

Para ser divisível por 6, o número precisa ser divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo. Não basta ser divisível apenas por um deles.

Atenção – Divisibilidade por 3 e por 9

Os critérios de divisibilidade por 3 e por 9 usam a soma dos algarismos, mas não são iguais.

Para divisibilidade por 3, a soma dos algarismos deve ser divisível por 3.

Para divisibilidade por 9, a soma dos algarismos deve ser divisível por 9.

25 Atividades

Atividade 1 – Múltiplos

Escreva os dez primeiros múltiplos naturais de cada número.

- | | |
|------|-------|
| a) 3 | d) 8 |
| b) 4 | e) 9 |
| c) 6 | f) 12 |

Atividade 2 – Divisores

Determine o conjunto dos divisores positivos de cada número.

- | | |
|-------|-------|
| a) 10 | d) 24 |
| b) 16 | e) 36 |
| c) 18 | f) 45 |

Atividade 3 – Múltiplo, divisor ou fator

Complete as frases.

- a) Como $7 \cdot 8 = 56$, então 56 é múltiplo de ____ e de ____.
- b) Como $9 \cdot 5 = 45$, então 9 é divisor de ____.
- c) Como $6 \cdot 4 = 24$, então 6 e 4 são _____ de 24.
- d) Como $12 = 3 \cdot 4$, então 12 é _____ de 3.

Atividade 4 – Divisibilidade – Notação

Complete com | ou $\nmid$.

- | | |
|-------------------|---------------------|
| a) $3 \square 27$ | d) $6 \square 81$ |
| b) $5 \square 42$ | e) $10 \square 250$ |
| c) $8 \square 64$ | f) $9 \square 729$ |

Atividade 5 – Critérios de divisibilidade I

Verifique se cada número é divisível por 2, 5 e 10.

Número	Divisível por 2?	Divisível por 5?	Divisível por 10?
240			
735			
918			
1200			
487			

Atividade 6 – Critérios de divisibilidade II

Verifique se cada número é divisível por 3 e por 9.

Número	Soma dos algarismos	Divisível por 3?	Divisível por 9?
126			
738			
853			
999			
1245			

Atividade 7 – Critérios de divisibilidade III

Verifique se cada número é divisível por 4, 6 e 8.

Número	Divisível por 4?	Divisível por 6?	Divisível por 8?
3524			
438			
12376			
8746			
7200			

Atividade 8 – Primos e compostos

Classifique cada número como primo, composto ou nem primo nem composto.

- | | | |
|------|-------|-------|
| a) 1 | e) 9 | i) 21 |
| b) 2 | f) 11 | j) 29 |
| c) 3 | g) 15 | k) 31 |
| d) 4 | h) 17 | l) 35 |

Atividade 9 – Fatoração prima

Decomponha em fatores primos.

- | | |
|-------|-------|
| a) 12 | d) 36 |
| b) 18 | e) 60 |
| c) 24 | f) 84 |

Atividade 10 – Múltiplos e divisores comuns

Resolva.

- Determine os múltiplos comuns positivos de 3 e 4 menores que 50.
- Determine $\text{mmc}(6, 8)$.
- Determine os divisores comuns de 18 e 30.
- Determine $\text{mdc}(18, 30)$.

Atividade 11 – Problemas contextualizados

Resolva os problemas.

- Uma professora quer separar 36 alunos em grupos com a mesma quantidade de alunos, sem sobrar ninguém. Quais tamanhos de grupo são possíveis?
- Um sinal luminoso pisca a cada 6 segundos, e outro pisca a cada 8 segundos. Se os dois piscarem juntos agora, depois de quantos segundos piscarão juntos novamente?
- Uma papelaria recebeu 120 lápis. Ela quer embalar os lápis em pacotes com 5, 6, 8 ou 10 lápis, sem sobrar nenhum. Quais dessas opções são possíveis?
- Um número natural é divisível por 2 e por 9. Podemos afirmar que ele é divisível por 18? Explique.

26 Gabarito comentado

Resolução 1 – Atividade 1

- a) $M(3) : 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27.$
- b) $M(4) : 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36.$
- c) $M(6) : 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54.$
- d) $M(8) : 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72.$
- e) $M(9) : 0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81.$
- f) $M(12) : 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108.$

Resolução 2 – Atividade 2

- a) $D(10) = \{1, 2, 5, 10\}.$
- b) $D(16) = \{1, 2, 4, 8, 16\}.$
- c) $D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}.$
- d) $D(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}.$
- e) $D(36) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}.$
- f) $D(45) = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}.$

Resolução 3 – Atividade 3

- a) Como $7 \cdot 8 = 56$, então 56 é múltiplo de 7 e de 8.
- b) Como $9 \cdot 5 = 45$, então 9 é divisor de 45.
- c) Como $6 \cdot 4 = 24$, então 6 e 4 são fatores de 24.
- d) Como $12 = 3 \cdot 4$, então 12 é múltiplo de 3.

Resolução 4 – Atividade 4

- | | |
|------------------|-------------------|
| a) $3 \mid 27.$ | d) $6 \nmid 81.$ |
| b) $5 \nmid 42.$ | e) $10 \mid 250.$ |
| c) $8 \mid 64.$ | f) $9 \mid 729.$ |

Resolução 5 – Atividade 5

Número	Divisível por 2?	Divisível por 5?	Divisível por 10?
240	Sim	Sim	Sim
735	Não	Sim	Não
918	Sim	Não	Não
1200	Sim	Sim	Sim
487	Não	Não	Não

Resolução 6 – Atividade 6

Número	Soma dos algarismos	Divisível por 3?	Divisível por 9?
126	$1 + 2 + 6 = 9$	Sim	Sim
738	$7 + 3 + 8 = 18$	Sim	Sim
853	$8 + 5 + 3 = 16$	Não	Não
999	$9 + 9 + 9 = 27$	Sim	Sim
1245	$1 + 2 + 4 + 5 = 12$	Sim	Não

Resolução 7 – Atividade 7

Número	Divisível por 4?	Divisível por 6?	Divisível por 8?
3524	Sim	Não	Não
438	Não	Sim	Não
12376	Sim	Não	Sim
8746	Não	Não	Não
7200	Sim	Sim	Sim

Resolução 8 – Atividade 8

- | | | |
|-------------------------------|------------------|------------------|
| a) 1: nem primo nem composto. | e) 9: composto. | i) 21: composto. |
| b) 2: primo. | f) 11: primo. | j) 29: primo. |
| c) 3: primo. | g) 15: composto. | k) 31: primo. |
| d) 4: composto. | h) 17: primo. | l) 35: composto. |

Resolução 9 – Atividade 9

a)

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3.$$

b)

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2.$$

c)

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3.$$

d)

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2.$$

e)

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5.$$

f)

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7.$$

Resolução 10 – Atividade 10

a) Múltiplos de 3 menores que 50:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48.

Múltiplos de 4 menores que 50:

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48.

Múltiplos comuns positivos:

12, 24, 36, 48.

b)

$$M(6) = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, \dots\}$$

e

$$M(8) = \{0, 8, 16, 24, 32, \dots\}.$$

Logo:

$$\text{mmc}(6, 8) = 24.$$

c)

$$D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}.$$

$$D(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}.$$

Divisores comuns:

1, 2, 3, 6.

d) O maior divisor comum é:

$$\text{mdc}(18, 30) = 6.$$

Resolução 11 – Atividade 11

- a) Os tamanhos possíveis de grupo são os divisores de 36:

$$D(36) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}.$$

Portanto, os grupos podem ter 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 ou 36 alunos.

- b) Precisamos encontrar o menor múltiplo comum positivo de 6 e 8.

$$\text{mmc}(6, 8) = 24.$$

Logo, os sinais piscarão juntos novamente após 24 segundos.

- c) Verificamos se 120 é divisível por cada opção.

$$120 \div 5 = 24,$$

$$120 \div 6 = 20,$$

$$120 \div 8 = 15,$$

$$120 \div 10 = 12.$$

Todas as opções são possíveis: 5, 6, 8 e 10.

- d) Sim. Como:

$$18 = 2 \cdot 9,$$

e 2 e 9 não possuem divisor comum maior que 1, se um número é divisível por 2 e por 9, então ele é divisível por 18.

Exemplo:

$$54$$

é divisível por 2 e por 9, e também:

$$54 \div 18 = 3.$$

27 Resumo final

Resumo essencial

- Um número b é múltiplo de a quando existe $k \in \mathbb{N}$ tal que:

$$b = a \cdot k.$$

- Um número a é divisor de b quando b é divisível por a .

- A notação:

$$a \mid b$$

significa que a divide b .

- A divisão é exata quando o resto é zero.
- Os múltiplos de um número natural não nulo são infinitos.
- Os divisores positivos de um número natural não nulo são finitos.
- Um número maior que 1 é primo quando possui exatamente dois divisores: 1 e ele mesmo.
- Um número maior que 1 é composto quando possui mais de dois divisores.
- O número 1 não é primo nem composto.
- Os principais critérios de divisibilidade são:
 - por 2: termina em 0, 2, 4, 6 ou 8;
 - por 3: soma dos algarismos divisível por 3;
 - por 4: dois últimos algarismos formam número divisível por 4;
 - por 5: termina em 0 ou 5;
 - por 6: divisível por 2 e por 3;
 - por 8: três últimos algarismos formam número divisível por 8;
 - por 9: soma dos algarismos divisível por 9;
 - por 10: termina em 0;
 - por 100: termina em 00;
 - por 1000: termina em 000.
- A fatoração prima escreve um número como produto de fatores primos.
- O mmc é o menor múltiplo comum positivo.
- O mdc é o maior divisor comum.

Múltiplos e divisores revelam as relações multiplicativas escondidas entre os números naturais.