

Semelhança e Construções Geométricas

Matemática – 6º Ano do Ensino Fundamental

Figuras semelhantes, ampliação, redução, razão de semelhança, escala e construções com régua e compasso

Sumário

1	Introdução	1
2	Figuras com mesma forma	2
3	Semelhança e congruência	2
4	Lados e ângulos correspondentes	3
5	Razão de semelhança	4
6	Verificando se duas figuras são semelhantes	5
7	Ampliação e redução em malha quadriculada	6
8	Semelhança de triângulos	7
9	Escala	8
10	Construções geométricas	9
11	Construção de um segmento congruente	10
12	Construção de uma reta perpendicular	11
13	Construção de uma reta paralela	12
14	Construção de um ângulo com transferidor	12
15	Construção de figuras semelhantes em malha	13
16	Construção de figuras semelhantes usando medidas	14

17 Construção geométrica de um triângulo por três lados	15
18 Erros frequentes	16
19 Atividades	16
20 Gabarito comentado	20
21 Resumo final	25

1 Introdução

Em muitas situações, encontramos figuras com o mesmo formato, mas com tamanhos diferentes. Por exemplo:

- uma fotografia ampliada;
- uma planta baixa de uma casa;
- um mapa;
- uma miniatura de um carro;
- um desenho feito em escala;
- uma imagem reduzida na tela do computador.

Nessas situações, aparece a ideia de **semelhança**.

Duas figuras são semelhantes quando têm a mesma forma, ainda que possam ter tamanhos diferentes.

Além disso, estudaremos algumas **construções geométricas**, isto é, procedimentos para construir figuras com precisão usando instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor.

Objetivos da aula

Ao final desta aula, o estudante deverá ser capaz de:

- compreender o significado de figuras semelhantes;
- diferenciar figuras semelhantes e figuras congruentes;
- identificar lados e ângulos correspondentes;
- reconhecer ampliações e reduções;
- compreender a razão de semelhança;
- construir figuras ampliadas e reduzidas em malha quadriculada;
- interpretar escalas simples;
- verificar se duas figuras são semelhantes em casos simples;
- utilizar régua, compasso, esquadro e transferidor em construções geométricas;
- construir segmentos congruentes;
- construir retas paralelas e perpendiculares em situações simples;
- construir figuras semelhantes a partir de uma razão dada;
- resolver problemas envolvendo semelhança, escala e construções geométricas.

2 Figuras com mesma forma

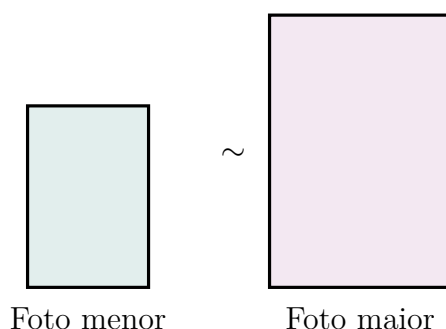
Definição 2.1: Figuras semelhantes

Duas figuras são **semelhantes** quando possuem a mesma forma, mas podem ter tamanhos diferentes.

Exemplo – Fotografias semelhantes

Uma foto 3×4 pode ser ampliada para uma foto maior.

Se a ampliação conserva a forma original, sem deformar a imagem, as duas fotos são semelhantes.



Observação – Mesmo formato

Em figuras semelhantes, o formato é preservado.

A figura pode ficar maior ou menor, mas não pode ser esticada apenas em uma direção.

Atenção – Aumentar só a largura deforma a figura

Se aumentamos apenas a largura de uma figura e mantemos a altura igual, a figura fica deformada.

Nesse caso, a nova figura não é semelhante à original.

3 Semelhança e congruência

Definição 3.1: Figuras congruentes

Duas figuras são **congruentes** quando possuem a mesma forma e o mesmo tamanho.

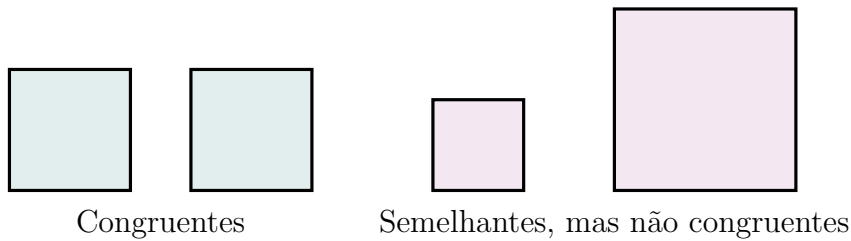
Exemplo – Figuras congruentes

Dois quadrados de lado 4 cm são congruentes, pois possuem mesma forma e mesmo tamanho.

Definição 3.2: Semelhança e congruência

Figuras congruentes são sempre semelhantes.

A congruência é um caso especial de semelhança, em que as figuras têm exatamente o mesmo tamanho.



Observação – Diferença principal

- Figuras congruentes: mesma forma e mesmo tamanho.
- Figuras semelhantes: mesma forma, podendo ter tamanhos diferentes.

4 Lados e ângulos correspondentes

Definição 4.1: Elementos correspondentes

Em duas figuras semelhantes, os **elementos correspondentes** são aqueles que ocupam a mesma posição nas duas figuras.

Definição 4.2: Lados correspondentes

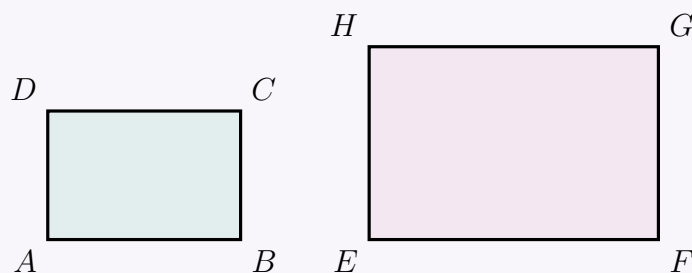
Os **lados correspondentes** são lados que ocupam a mesma posição em duas figuras semelhantes.

Definição 4.3: Ângulos correspondentes

Os **ângulos correspondentes** são ângulos que ocupam a mesma posição em duas figuras semelhantes.

Exemplo – Retângulos semelhantes

Considere dois retângulos semelhantes.



Os vértices correspondentes são:

$$A \leftrightarrow E, \quad B \leftrightarrow F, \quad C \leftrightarrow G, \quad D \leftrightarrow H.$$

Os lados correspondentes são:

$$\overline{AB} \leftrightarrow \overline{EF}, \quad \overline{BC} \leftrightarrow \overline{FG}, \quad \overline{CD} \leftrightarrow \overline{GH}, \quad \overline{DA} \leftrightarrow \overline{HE}.$$

Teorema 4.1: Conservação dos ângulos

Em figuras semelhantes, os ângulos correspondentes possuem a mesma medida.

Teorema 4.2: Proporcionalidade dos lados

Em figuras semelhantes, as medidas dos lados correspondentes são proporcionais.

Observação – Ideia central da semelhança

Duas figuras semelhantes conservam os ângulos e multiplicam todos os comprimentos por um mesmo fator.

5 Razão de semelhança

Definição 5.1: Razão de semelhança

A **razão de semelhança** é o número pelo qual multiplicamos as medidas de uma figura para obter as medidas correspondentes de uma figura semelhante.

Se uma figura foi ampliada de modo que cada lado ficou 2 vezes maior, a razão de semelhança é:

$$2.$$

Se uma figura foi reduzida de modo que cada lado ficou com a metade do tamanho, a razão de semelhança é:

$$\frac{1}{2}.$$

Exemplo – Ampliação de razão 2

Um retângulo possui medidas:

$$3 \text{ cm} \quad \text{e} \quad 2 \text{ cm}.$$

Ele foi ampliado com razão 2.

As novas medidas são:

$$3 \cdot 2 = 6 \text{ cm},$$

$$2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}.$$

Logo, o retângulo semelhante ampliado possui medidas:

$$6 \text{ cm} \quad \text{e} \quad 4 \text{ cm}.$$

Exemplo – Redução de razão $\frac{1}{2}$

Um triângulo possui lados:

8 cm, 10 cm, 12 cm.

Ele foi reduzido com razão:

$$\frac{1}{2}.$$

As novas medidas são:

$$8 \cdot \frac{1}{2} = 4,$$

$$10 \cdot \frac{1}{2} = 5,$$

$$12 \cdot \frac{1}{2} = 6.$$

Logo, o triângulo reduzido possui lados:

4 cm, 5 cm, 6 cm.

Observação – Ampliação e redução

Se a razão de semelhança é maior que 1, ocorre uma ampliação.

Se a razão de semelhança está entre 0 e 1, ocorre uma redução.

Se a razão de semelhança é 1, as figuras são congruentes.

6 Verificando se duas figuras são semelhantes

Para verificar se duas figuras são semelhantes, observamos:

- se os ângulos correspondentes têm a mesma medida;
- se os lados correspondentes são proporcionais.

Exemplo – Retângulos semelhantes

Um retângulo possui medidas:

4 cm e 6 cm.

Outro retângulo possui medidas:

8 cm e 12 cm.

Comparando os lados correspondentes:

$$\frac{8}{4} = 2,$$

$$\frac{12}{6} = 2.$$

Como o fator é o mesmo, os retângulos são semelhantes.

Exemplo – Retângulos não semelhantes

Um retângulo possui medidas:

4 cm e 6 cm.

Outro retângulo possui medidas:

8 cm e 10 cm.

Comparando:

$$\frac{8}{4} = 2,$$

mas:

$$\frac{10}{6} \neq 2.$$

Como os fatores não são iguais, os retângulos não são semelhantes.

Atenção – Apenas parecer parecido não basta

Para afirmar que duas figuras são semelhantes, precisamos verificar se as proporções foram mantidas.

Um desenho pode parecer parecido, mas estar deformado.

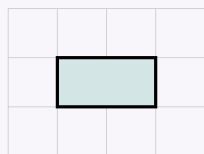
7 Ampliação e redução em malha quadriculada

Uma forma simples de construir figuras semelhantes é usar uma malha quadriculada.

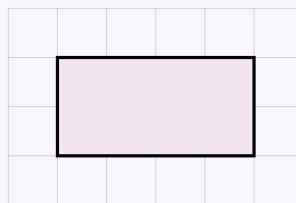
Exemplo – Ampliação na malha

Observe um retângulo de 2 unidades por 1 unidade.

Se ampliarmos com razão 2, teremos um retângulo de 4 unidades por 2 unidades.



Original



Ampliação de razão 2

Teorema 7.1: Ampliação em malha

Para ampliar uma figura em uma malha por razão k , multiplicamos todas as medidas da figura por k .

Exemplo – Redução na malha

Um retângulo mede 6 unidades por 4 unidades.

Reduzindo com razão:

$$\frac{1}{2},$$

obtemos um retângulo de:

$$6 \cdot \frac{1}{2} = 3$$

unidades por:

$$4 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

unidades.

Observação – Pontos correspondentes

Em uma ampliação ou redução, os pontos correspondentes mantêm a posição relativa. Isto significa que a figura não deve ser girada, amassada ou esticada de modo diferente em cada direção, a menos que o enunciado permita.

8 Semelhança de triângulos

Os triângulos são figuras muito importantes no estudo da semelhança.

Definição 8.1: Triângulos semelhantes

Dois triângulos são **semelhantes** quando possuem ângulos correspondentes iguais e lados correspondentes proporcionais.

Exemplo – Triângulos semelhantes

Considere dois triângulos com lados:

$$3, \quad 4, \quad 5$$

e:

$$6, \quad 8, \quad 10.$$

Comparando os lados correspondentes:

$$\frac{6}{3} = 2, \quad \frac{8}{4} = 2, \quad \frac{10}{5} = 2.$$

Todos os lados foram multiplicados por 2.

Logo, os triângulos são semelhantes.

Teorema 8.1: Critério angular para triângulos

Se dois triângulos possuem os três ângulos correspondentes iguais, então eles são semelhantes.

Exemplo – Triângulos com mesmos ângulos

Um triângulo possui ângulos:

$$50^\circ, \quad 60^\circ, \quad 70^\circ.$$

Outro triângulo também possui ângulos:

$$50^\circ, \quad 60^\circ, \quad 70^\circ.$$

Então esses triângulos são semelhantes, mesmo que tenham tamanhos diferentes.

Observação – Tamanho pode mudar

Em triângulos semelhantes, os lados podem ter medidas diferentes, mas os ângulos correspondentes permanecem iguais.

9 Escala

Definição 9.1: Escala

Uma **escala** é uma razão que compara uma medida no desenho, mapa ou modelo com a medida real correspondente.

Uma escala pode ser escrita assim:

$$1 : 100.$$

Isso significa que 1 unidade no desenho corresponde a 100 unidades na realidade.

Exemplo – Escala 1 : 100

Em uma planta baixa, a escala é:

$$1 : 100.$$

Isso significa que:

1 cm no desenho

corresponde a:

100 cm na realidade.

Como:

$$100 \text{ cm} = 1 \text{ m},$$

temos:

$$1 \text{ cm no desenho} = 1 \text{ m na realidade.}$$

Exemplo – Medida real

Em um mapa com escala 1 : 1000, uma distância mede 4 cm no desenho.
A distância real é:

$$4 \cdot 1000 = 4000 \text{ cm.}$$

Como:

$$4000 \text{ cm} = 40 \text{ m},$$

a distância real é:

$$40 \text{ m.}$$

Exemplo – Medida no desenho

Uma parede real mede 6 m.

Em uma planta na escala 1 : 100, qual será a medida no desenho?

Primeiro, convertemos:

$$6 \text{ m} = 600 \text{ cm.}$$

Como a escala é 1 : 100, dividimos por 100:

$$600 \div 100 = 6.$$

Logo, a parede será desenhada com:

$$6 \text{ cm.}$$

Atenção – Usar a mesma unidade

Ao trabalhar com escala, devemos comparar medidas na mesma unidade.

Por exemplo, antes de comparar metros e centímetros, devemos converter uma das unidades.

10 Construções geométricas

Definição 10.1: Construção geométrica

Uma **construção geométrica** é um procedimento usado para desenhar figuras com precisão, seguindo regras e usando instrumentos apropriados.

Os principais instrumentos usados são:

- régua;
- compasso;
- esquadro;
- transferidor.

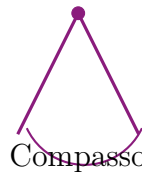
Observação – Medir e construir

Medir significa descobrir uma medida.

Construir significa produzir uma figura obedecendo a certas condições.



Régua



Compasso

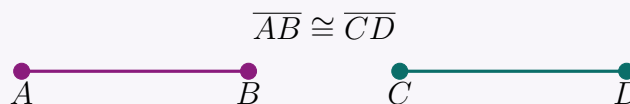
11 Construção de um segmento congruente

Definição 11.1: Segmentos congruentes

Dois segmentos são **congruentes** quando possuem a mesma medida.

Exemplo – Construir um segmento de mesma medida

Queremos construir um segmento congruente ao segmento $\overline{AB}$.



Passos:

1. abra o compasso com a medida do segmento $\overline{AB}$;
2. marque um ponto inicial C ;
3. com a abertura do compasso, marque o ponto D ;
4. trace o segmento $\overline{CD}$.

Assim:

$$\overline{AB} \cong \overline{CD}.$$

Notação – Congruência de segmentos

O símbolo:

$$\cong$$

indica congruência.

Assim:

$$\overline{AB} \cong \overline{CD}$$

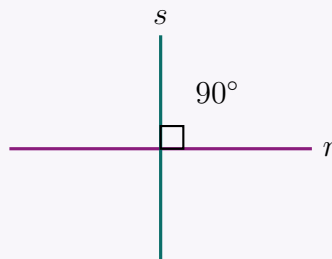
significa que os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ possuem a mesma medida.

12 Construção de uma reta perpendicular

Definição 12.1: Retas perpendiculares

Duas retas são **perpendiculares** quando se cruzam formando ângulos retos, isto é, ângulos de 90° .

Exemplo – Retas perpendiculares



As retas r e s são perpendiculares.

Notação – Perpendicularidade

Escrevemos:

$$r \perp s$$

para indicar que a reta r é perpendicular à reta s .

Observação – Construção prática

No 6º ano, podemos construir retas perpendiculares usando esquadro.

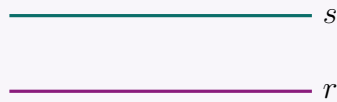
Para isso, apoiamos um lado do esquadro sobre a reta dada e usamos o outro lado para traçar a reta perpendicular.

13 Construção de uma reta paralela

Definição 13.1: Retas paralelas

Duas retas são **paralelas** quando estão no mesmo plano e não se cruzam.

Exemplo – Retas paralelas



As retas r e s são paralelas.

Notação – Paralelismo

Escrevemos:

$$r \parallel s$$

para indicar que a reta r é paralela à reta s .

Observação – Construção prática

Podemos construir retas paralelas usando régua e esquadro.
A ideia é manter o esquadro na mesma inclinação e deslocá-lo sem girar.

14 Construção de um ângulo com transferidor

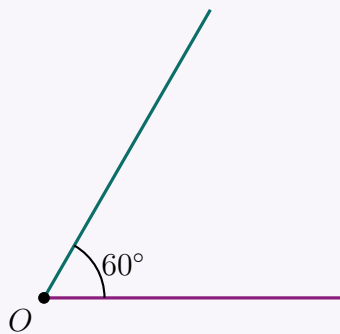
Definição 14.1: Transferidor

O **transferidor** é um instrumento usado para medir e construir ângulos.

Exemplo – Construir um ângulo de 60°

Para construir um ângulo de 60° :

1. trace uma semirreta de origem O ;
2. coloque o centro do transferidor sobre O ;
3. alinhe a base do transferidor com a semirreta;
4. marque o ponto correspondente a 60° ;
5. trace a segunda semirreta passando por esse ponto.



Atenção – Centro do transferidor

Ao medir ou construir um ângulo, o centro do transferidor deve ficar exatamente sobre o vértice do ângulo.

15 Construção de figuras semelhantes em malha

Exemplo – Ampliando um triângulo por razão 2

Considere o triângulo com vértices:

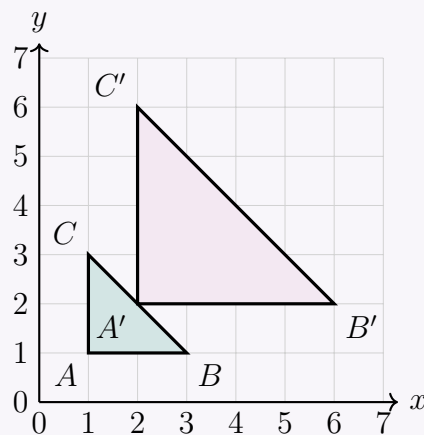
$$A = (1, 1), \quad B = (3, 1), \quad C = (1, 3).$$

Se ampliarmos a partir da origem com razão 2, multiplicamos cada coordenada por 2:

$$A' = (2, 2),$$

$$B' = (6, 2),$$

$$C' = (2, 6).$$



Teorema 15.1: Ampliação por coordenadas

Se uma figura no plano cartesiano é ampliada a partir da origem por razão k , cada ponto (x, y) passa a ser:

$$(kx, ky).$$

Observação – Caso do primeiro quadrante

No 6º ano, essa ideia costuma ser trabalhada principalmente no primeiro quadrante, com coordenadas naturais.

16 Construção de figuras semelhantes usando medidas

Também podemos construir figuras semelhantes multiplicando as medidas dos lados por uma razão.

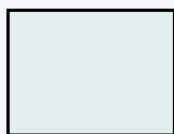
Exemplo – Construir retângulo semelhante

Um retângulo possui base 4 cm e altura 3 cm.
Construa um retângulo semelhante com razão 2.
Multiplicamos as medidas por 2:

$$4 \cdot 2 = 8,$$

$$3 \cdot 2 = 6.$$

Logo, o novo retângulo deve ter base 8 cm e altura 6 cm.



Original



Semelhante de razão 2

Exemplo – Construir triângulo semelhante

Um triângulo possui lados:

$$3 \text{ cm}, \quad 4 \text{ cm}, \quad 5 \text{ cm}.$$

Queremos construir um triângulo semelhante com razão 3.
As novas medidas serão:

$$3 \cdot 3 = 9,$$

$$4 \cdot 3 = 12,$$

$$5 \cdot 3 = 15.$$

Logo, o novo triângulo terá lados:

9 cm, 12 cm, 15 cm.

Atenção – Multiplicar todos os lados

Para construir uma figura semelhante, devemos multiplicar todas as medidas correspondentes pela mesma razão.

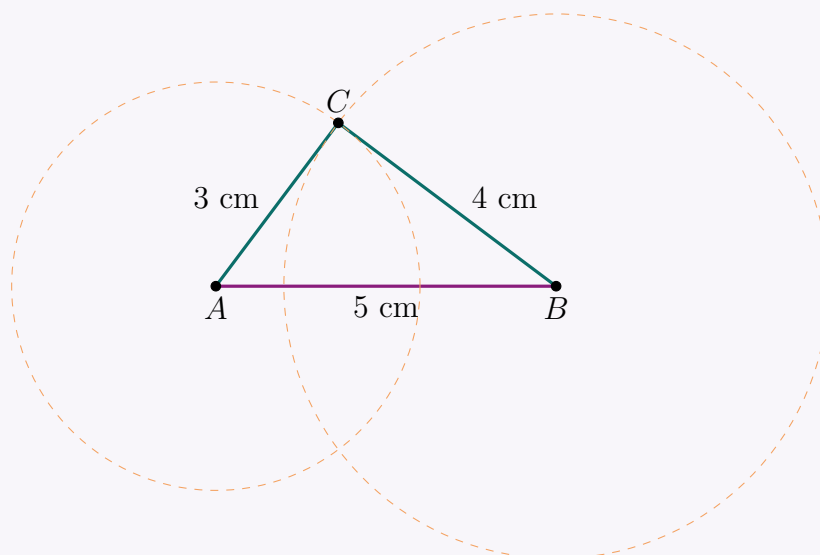
Se multiplicarmos cada lado por um número diferente, a figura será deformada.

17 Construção geométrica de um triângulo por três lados

Exemplo – Construir triângulo de lados 3, 4 e 5

Para construir um triângulo com lados 3 cm, 4 cm e 5 cm:

1. trace um segmento $\overline{AB}$ de 5 cm;
2. com centro em A , trace um arco de raio 3 cm;
3. com centro em B , trace um arco de raio 4 cm;
4. o ponto de encontro dos arcos será o vértice C ;
5. trace os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$.



Observação – Condição de existência

Antes de construir um triângulo com três lados dados, devemos verificar se esses três segmentos podem formar um triângulo.

O maior lado deve ser menor que a soma dos outros dois.

18 Erros frequentes

Atenção – Confundir semelhança com igualdade de tamanho

Figuras semelhantes não precisam ter o mesmo tamanho.
Elas precisam ter a mesma forma.

Atenção – Ampliar só uma medida

Se apenas uma dimensão é ampliada, a figura muda de forma.
Para manter a semelhança, todas as medidas correspondentes devem ser multiplicadas pela mesma razão.

Atenção – Esquecer os lados correspondentes

Ao comparar figuras, devemos comparar lados correspondentes.
Comparar lados que não correspondem pode levar a uma conclusão errada.

Atenção – Confundir razão de semelhança com diferença

Se um lado passou de 4 cm para 8 cm, a razão é:

$$\frac{8}{4} = 2.$$

Não dizemos que a razão é 4, pois 4 é a diferença, não o fator multiplicativo.

Atenção – Escala exige mesma unidade

Em problemas com escala, devemos colocar as medidas na mesma unidade antes de calcular.

Atenção – Construção sem precisão

Em construções geométricas, pequenos erros de medida podem alterar a figura final.
Por isso, é importante usar corretamente os instrumentos.

19 Atividades

Atividade 1 – Conceitos fundamentais

Responda.

- O que significa dizer que duas figuras são semelhantes?
- O que significa dizer que duas figuras são congruentes?
- Toda figura congruente é semelhante?

- d) O que são lados correspondentes?
- e) O que são ângulos correspondentes?
- f) O que é razão de semelhança?

Atividade 2 – Semelhantes ou não semelhantes

Classifique como semelhantes ou não semelhantes.

- a) Dois quadrados, um de lado 3 cm e outro de lado 9 cm.
- b) Dois retângulos, um de medidas 2 cm e 4 cm, outro de medidas 4 cm e 8 cm.
- c) Dois retângulos, um de medidas 3 cm e 5 cm, outro de medidas 6 cm e 8 cm.
- d) Dois círculos, um pequeno e um grande.
- e) Dois triângulos com lados 3, 4, 5 e 6, 8, 10.

Atividade 3 – Razão de semelhança

Determine a razão de semelhança da figura original para a figura nova.

- a) Um lado passou de 4 cm para 8 cm.
- b) Um lado passou de 10 cm para 5 cm.
- c) Um lado passou de 3 cm para 12 cm.
- d) Um lado passou de 20 cm para 4 cm.
- e) Um lado passou de 7 cm para 7 cm.

Atividade 4 – Ampliação e redução

Calcule as novas medidas.

- a) Um retângulo mede 3 cm por 5 cm. Amplie com razão 2.
- b) Um quadrado de lado 6 cm é reduzido com razão $\frac{1}{2}$.
- c) Um triângulo de lados 4 cm, 6 cm e 8 cm é ampliado com razão 3.
- d) Um retângulo mede 12 cm por 8 cm. Reduza com razão $\frac{1}{4}$.

Atividade 5 – Verificação de semelhança

Verifique se as figuras são semelhantes.

- a) Retângulo A: 4 cm por 6 cm. Retângulo B: 8 cm por 12 cm.
- b) Retângulo A: 5 cm por 7 cm. Retângulo B: 10 cm por 15 cm.
- c) Triângulo A: lados 3, 5, 6. Triângulo B: lados 6, 10, 12.

d) Triângulo A : lados 4, 5, 7. Triângulo B : lados 8, 10, 16.

Atividade 6 – Escala

Resolva.

- a) Em uma escala 1 : 100, 1 cm no desenho representa quantos centímetros na realidade?
- b) Em uma escala 1 : 1000, 3 cm no mapa representam quantos centímetros na realidade?
- c) Em uma escala 1 : 100, uma parede real mede 500 cm. Qual será sua medida no desenho?
- d) Em uma escala 1 : 50, uma medida no desenho é 4 cm. Qual é a medida real?
- e) Em uma escala 1 : 200, uma distância real mede 1000 cm. Qual é a medida no desenho?

Atividade 7 – Construções geométricas

Responda.

- a) Quais instrumentos podem ser usados em construções geométricas?
- b) O que significa construir um segmento congruente a outro?
- c) O que são retas perpendiculares?
- d) O que são retas paralelas?
- e) Para que serve o transferidor?

Atividade 8 – Construção em malha

Um triângulo possui vértices:

$$A = (1, 1), \quad B = (4, 1), \quad C = (1, 3).$$

Amplie esse triângulo a partir da origem com razão 2.

- a) Quais são as coordenadas de A' ?
- b) Quais são as coordenadas de B' ?
- c) Quais são as coordenadas de C'' ?
- d) Represente os dois triângulos em uma malha quadriculada.

Atividade 9 – Construção de triângulos semelhantes

Um triângulo possui lados:

5 cm, 7 cm, 9 cm.

Construa, por cálculo das medidas, um triângulo semelhante com razão 2.

- a) Quais serão as medidas dos novos lados?
- b) O triângulo novo será uma ampliação ou uma redução?

Atividade 10 – Problemas contextualizados

Resolva.

- a) Uma fotografia mede 10 cm de largura e 15 cm de altura. Ela será ampliada com razão 2. Quais serão as novas medidas?
- b) Um mapa está na escala 1 : 1000. Uma rua mede 6 cm no mapa. Qual é o comprimento real da rua em metros?
- c) Um retângulo de medidas 4 cm e 9 cm foi transformado em outro de medidas 8 cm e 18 cm. Eles são semelhantes? Qual é a razão?
- d) Um desenho foi reduzido com razão $\frac{1}{3}$. Um lado que media 12 cm passou a medir quanto?
- e) Um triângulo possui lados 6, 8 e 10. Outro possui lados 9, 12 e 15. Eles são semelhantes? Justifique.
- f) Em uma planta na escala 1 : 100, um quarto foi desenhado com 4 cm por 3 cm. Quais são as medidas reais do quarto em metros?

20 Gabarito comentado

Resolução 1 – Atividade 1

- a) Duas figuras são semelhantes quando possuem a mesma forma, podendo ter tamanhos diferentes.
- b) Duas figuras são congruentes quando possuem a mesma forma e o mesmo tamanho.
- c) Sim. Toda figura congruente é semelhante.
- d) Lados correspondentes são lados que ocupam a mesma posição em figuras semelhantes.
- e) Ângulos correspondentes são ângulos que ocupam a mesma posição em figuras semelhantes.
- f) Razão de semelhança é o fator pelo qual multiplicamos as medidas de uma figura para obter outra semelhante.

Resolução 2 – Atividade 2

- a) Semelhantes. Todos os quadrados são semelhantes.

- b) Semelhantes, pois:

$$\frac{4}{2} = 2 \quad \frac{8}{4} = 2.$$

- c) Não semelhantes, pois:

$$\frac{6}{3} = 2$$

mas:

$$\frac{8}{5} \neq 2.$$

- d) Semelhantes. Todos os círculos são semelhantes.

- e) Semelhantes, pois:

$$\frac{6}{3} = 2, \quad \frac{8}{4} = 2, \quad \frac{10}{5} = 2.$$

Resolução 3 – Atividade 3

- a)

$$\frac{8}{4} = 2.$$

Razão: 2.

- b)

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$$

Razão: $\frac{1}{2}$.

c)

$$\frac{12}{3} = 4.$$

Razão: 4.

d)

$$\frac{4}{20} = \frac{1}{5}.$$

Razão: $\frac{1}{5}$.

e)

$$\frac{7}{7} = 1.$$

Razão: 1.

Resolução 4 – Atividade 4

a) Razão 2:

$$3 \cdot 2 = 6, \quad 5 \cdot 2 = 10.$$

Novas medidas: 6 cm por 10 cm.

b) Razão $\frac{1}{2}$:

$$6 \cdot \frac{1}{2} = 3.$$

Novo lado: 3 cm.

c) Razão 3:

$$4 \cdot 3 = 12, \quad 6 \cdot 3 = 18, \quad 8 \cdot 3 = 24.$$

Novos lados: 12 cm, 18 cm e 24 cm.

d) Razão $\frac{1}{4}$:

$$12 \cdot \frac{1}{4} = 3, \quad 8 \cdot \frac{1}{4} = 2.$$

Novas medidas: 3 cm por 2 cm.

Resolução 5 – Atividade 5

a) São semelhantes, pois:

$$\frac{8}{4} = 2 \quad \frac{12}{6} = 2.$$

b) Não são semelhantes, pois:

$$\frac{10}{5} = 2$$

mas:

$$\frac{15}{7} \neq 2.$$

c) São semelhantes, pois:

$$\frac{6}{3} = 2, \quad \frac{10}{5} = 2, \quad \frac{12}{6} = 2.$$

d) Não são semelhantes, pois:

$$\frac{8}{4} = 2, \quad \frac{10}{5} = 2,$$

mas:

$$\frac{16}{7} \neq 2.$$

Resolução 6 – Atividade 6

a) 1 cm representa 100 cm na realidade.

b)

$$3 \cdot 1000 = 3000.$$

Representa 3000 cm na realidade.

c)

$$500 \div 100 = 5.$$

A medida no desenho será 5 cm.

d)

$$4 \cdot 50 = 200.$$

A medida real é 200 cm, ou 2 m.

e)

$$1000 \div 200 = 5.$$

A medida no desenho é 5 cm.

Resolução 7 – Atividade 7

a) Régua, compasso, esquadro e transferidor.

b) Significa construir um segmento com a mesma medida de outro.

c) Retas perpendiculares são retas que se cruzam formando ângulos de 90° .

d) Retas paralelas são retas do mesmo plano que não se cruzam.

e) O transferidor serve para medir e construir ângulos.

Resolução 8 – Atividade 8

A ampliação a partir da origem com razão 2 transforma cada ponto (x, y) em:

$$(2x, 2y).$$

a)

$$A = (1, 1) \Rightarrow A' = (2, 2).$$

b)

$$B = (4, 1) \Rightarrow B' = (8, 2).$$

c)

$$C = (1, 3) \Rightarrow C' = (2, 6).$$

d) Resposta gráfica na malha quadriculada.

Resolução 9 – Atividade 9

Multiplicamos todos os lados por 2:

$$5 \cdot 2 = 10,$$

$$7 \cdot 2 = 14,$$

$$9 \cdot 2 = 18.$$

a) Os novos lados serão:

$$10 \text{ cm}, \quad 14 \text{ cm}, \quad 18 \text{ cm}.$$

b) Como a razão é maior que 1, o novo triângulo será uma ampliação.

Resolução 10 – Atividade 10

a) Razão 2:

$$10 \cdot 2 = 20, \quad 15 \cdot 2 = 30.$$

Novas medidas: 20 cm por 30 cm.

b) Escala 1 : 1000:

$$6 \cdot 1000 = 6000 \text{ cm}.$$

Como:

$$6000 \text{ cm} = 60 \text{ m},$$

o comprimento real é 60 m.

c) Sim, pois:

$$\frac{8}{4} = 2 \quad \frac{18}{9} = 2.$$

A razão é 2.

d)

$$12 \cdot \frac{1}{3} = 4.$$

O lado passou a medir 4 cm.

e) Sim, pois:

$$\frac{9}{6} = \frac{3}{2}, \quad \frac{12}{8} = \frac{3}{2}, \quad \frac{15}{10} = \frac{3}{2}.$$

A razão é:

$$\frac{3}{2}.$$

f) Escala 1 : 100.

No desenho:

$$4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}.$$

Medidas reais:

$$4 \cdot 100 = 400 \text{ cm} = 4 \text{ m},$$

$$3 \cdot 100 = 300 \text{ cm} = 3 \text{ m}.$$

O quarto mede 4 m por 3 m.

21 Resumo final

Resumo essencial

- Duas figuras são semelhantes quando possuem a mesma forma, mesmo que tenham tamanhos diferentes.
- Duas figuras são congruentes quando possuem mesma forma e mesmo tamanho.
- Toda figura congruente é semelhante.
- Em figuras semelhantes, os ângulos correspondentes possuem a mesma medida.
- Em figuras semelhantes, os lados correspondentes são proporcionais.
- A razão de semelhança é o fator pelo qual multiplicamos as medidas correspondentes.
- Se a razão de semelhança é maior que 1, ocorre uma ampliação.
- Se a razão de semelhança está entre 0 e 1, ocorre uma redução.
- Se a razão de semelhança é 1, as figuras são congruentes.
- Para verificar semelhança, devemos comparar lados correspondentes e observar a conservação dos ângulos.
- Escala é uma razão entre a medida no desenho e a medida real.
- Em problemas de escala, é necessário usar a mesma unidade de medida.
- Construções geométricas usam instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor.
- Retas perpendiculares formam ângulos de 90° .
- Retas paralelas não se cruzam.
- Segmentos congruentes possuem a mesma medida.
- Para construir figuras semelhantes, todas as medidas correspondentes devem ser multiplicadas pela mesma razão.

Figuras semelhantes conservam a forma: os ângulos permanecem iguais e os lados correspondentes ficam proporcionais.